

SÉRIE A, N° 347.

N° D'ORDRE

1011.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. Georges VINCENT,

Agrégé-préparateur à l'École Normale supérieure.

1^{re} THÈSE. — SUR L'ÉPAISSEUR DES COUCHES DE PASSAGE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le ^{4^{re}} 22 décembre 1899, devant la Commission d'Examen.

MM. TROOST, *Président.*

LIPPMANN, { *Examineurs.*
BOUTY, }

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRIE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1899

IE A, n° 347.
° D'ORDRE
1011.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. Georges VINCENT,

Agrégé-préparateur à l'École Normale supérieure.

1^{re} THÈSE. — SUR L'ÉPAISSEUR DES COUCHES DE PASSAGE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le ²²décembre 1899, devant la Commission d'Examen.

MM. TROOST, *Président.*

LIPPMANN, {
BOUTY, { *Examineurs.*



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRIE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1899

UNIVERSITÉ DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

	MM.	
Doyen.....	DARBOUX, Professeur....	Géométrie supér.
Professeur honoraire.....	HERMITE.	
	DE LACAZE-DUTHIERS..	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	TROOST.....	Chimie.
	LIPPMANN.....	Physique.
	HAUTEFEUILLE.....	Minéralogie.
	BOUTY... ..	Physique.
	APPELL.....	Mécanique rationn.
	DUCLAUX.....	Chimie biologique.
	BOUSSINESQ.....	Calcul des probabi- lités, Physique ma- thématique.
	PICARD.....	Analyse supérieure et Algèbre supér.
	POINCARÉ.....	Astronomie mathé- matique et Méca- nique céleste.
Professeurs.....	YVES DELAGE.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	BONNIER.....	Botanique.
	DASTRE.....	Physiologie.
	DITTE.....	Chimie.
	MUNIER-CHALMAS.....	Géologie.
	GIARD.....	Zoologie, Évolution des êtres organisés.
	WOLF.....	Astronomie phys.
	KOENIGS.....	Mécanique physique et expérimentale.
	VÉLAIN.....	Géographie phys.
	GOUSAT.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	CHATIN.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	PELLAT.....	Physique.
	HALLER.....	Chimie organique.
Professeur adjoint.....	PUISEUX.....	Mécanique et Astro- nomie.
Secrétaire.....	FOUSSEREAU.	

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,

27596 Quai des Grands-Augustins, 55.

A

MM. J. VIOLLE & M. BRILLOUIN.

Hommage de très respectueuse affection.

GEORGES VINCENT.

PREMIÈRE THÈSE.

SUR

L'ÉPAISSEUR DES COUCHES DE PASSAGE.

INTRODUCTION.

1. *Rayon d'activité moléculaire.* — Les phénomènes capillaires et ceux de cohésion ou d'adhérence ont suggéré la notion de *rayon d'activité moléculaire*.

Pour préciser cette notion sans faire aucune hypothèse sur la constitution de la matière, imaginons deux corps solides ou liquides terminés par deux portions de surfaces susceptibles de s'appliquer exactement l'une sur l'autre. Quand ces surfaces sont suffisamment éloignées l'une de l'autre, on ne constate entre les deux corps aucune attraction sensible; mais si l'on rapproche ces surfaces, une attraction sensible se produit dès que la distance qui les sépare devient égale à une certaine valeur R ; cette force varie rapidement quand la distance continue de diminuer, et atteint des valeurs considérables devant lesquelles l'attraction newtonienne que l'on pourrait calculer par les intégrations ordinaires est tout à fait négligeable. La quantité R ainsi définie est le *rayon d'activité moléculaire*.

A la vérité, l'expérience ainsi décrite n'a pas été réalisée; mais les phénomènes d'adhérence et de cohésion rendent indéniable l'existence de forces sensibles seule-

ment à très petite distance, et, si l'on ne sait pas encore mesurer leur valeur exacte aux diverses distances, on peut arriver cependant, comme l'a montré Lord Kelvin ⁽¹⁾, à calculer dans certains cas une limite inférieure de leur valeur moyenne.

2. *Les couches de passage.* — Une des conséquences les plus directes de ce qui précède est l'existence des *couches de passage*. Ces forces sensibles seulement à petite distance doivent modifier la constitution des corps au voisinage de leur surface. On peut alors envisager un corps comme terminé par une couche superficielle derrière laquelle la constitution du corps devient constante.

Certes ce mot *constitution* est un peu vague dans l'ignorance où nous sommes de la nature intime de la matière. Pour définir cette couche superficielle, nous étudierons comment varient certaines des propriétés du corps avec la profondeur; par exemple, si le corps conduit l'électricité, nous chercherons à quelle distance de la surface sa conductibilité spécifique devient constante. On peut craindre alors que cette couche superficielle, définie par l'apparition de discontinuités dans les propriétés des corps étudiés, ne le soit pas d'une façon unique, c'est-à-dire indépendante des propriétés particulières choisies pour mettre ces discontinuités en évidence. C'est en effet ce qui paraît se produire dans certains cas, notamment en ce qui concerne les phénomènes optiques; mais il est possible, malgré le petit nombre de résultats actuellement connus sur la question, de séparer ce qui appartient au corps lui-même et ce qui dépend des moyens mis en œuvre pour l'étudier.

En un mot, on peut définir une couche superficielle *unique*, ayant une véritable existence objective : nous l'appellerons *couche de passage*, dénomination habituellement employée.

(1) LORD KELVIN, *Conférences et allocutions*, traduction française, p. 7.

3. Quelle relation existe-t-il entre l'épaisseur d'une pareille couche et la grandeur du rayon d'activité moléculaire? Il est impossible de le dire pour le moment. Jusqu'ici, aucune mesure directe du rayon d'activité n'a été faite d'une façon certaine; les seuls renseignements, encore très vagues, que l'on ait à ce sujet ont été fournis indirectement par l'étude des couches de passage.

Par contre, on a pu dans des cas bien déterminés étudier ces couches, marquer nettement la nature des discontinuités qui les définissent et mesurer l'épaisseur correspondante. Dans toutes les méthodes employées, les corps choisis, liquides ou solides, étaient étudiés en couches minces; on rendait ainsi prépondérante l'influence des couches superficielles.

C'est une pareille étude, dans un cas nouveau, qui fait l'objet du présent travail. Avant d'énoncer d'une façon plus précise le problème que je me suis posé, je vais brièvement indiquer la nature et les résultats des travaux faits jusqu'ici par d'autres dans cette voie.

HISTORIQUE.

4. *Expériences de Plateau.* — Ce sont les premières en date. Plateau se proposait de déterminer une limite supérieure du rayon d'activité moléculaire R . Voici comment il raisonnait ⁽¹⁾. Considérons une bulle de savon qui s'amincit graduellement et adaptons-y un manomètre à eau pour mesurer la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur. La tension superficielle et, par suite, la différence de pression resteront indépendantes de l'épaisseur tant que celle-ci sera partout supérieure à $2R$. Mais si l'épaisseur de la bulle supposée uniforme devient

⁽¹⁾ PLATEAU, *Statique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, t. I, p. 204-211.

moindre que $2R$, la tension superficielle diminuera et le manomètre accusera une diminution de la différence de pression.

Plateau fit un assez grand nombre d'expériences; en aucun cas, il ne constata de variation de pression. Il en conclut que toutes les bulles soumises à ses expériences avaient encore une épaisseur supérieure à $2R$ au moment où elles éclataient. Or, la plus mince d'entre elles présentait en lumière réfléchie, à ce moment, la couleur jaune clair du premier ordre des anneaux de Newton. Connaissant l'indice 1,377 de l'eau de savon employée, Plateau déduisit l'épaisseur, $114^{\mu\mu}$ (millionièmes de millimètre), et admit donc que l'on doit avoir

$$2R < 114^{\mu\mu}, \quad R < 57^{\mu\mu}.$$

Le raisonnement de Plateau est très contestable; mais ce qui doit être retenu, c'est le résultat numérique : jusqu'à $114^{\mu\mu}$, la tension superficielle reste constante. Ce nombre peut être considéré comme une limite supérieure de la somme des épaisseurs des deux couches de passage qui terminent la bulle à l'intérieur et à l'extérieur.

5. *Expériences de Reinold et Rucker.* — Ces deux physiciens ont, eux aussi, étudié des lames formées avec l'eau de savon. Leurs nombreuses, minutieuses et profondes recherches ont été décrites dans une série de Mémoires publiés de 1877 à 1893 ⁽¹⁾.

Le problème qu'ils ont eu en vue, dès le début de leurs recherches, a été d'obtenir un ordre de grandeur du rayon d'activité moléculaire. Ils n'ont pas réussi à trancher cette question d'une manière entièrement satisfaisante, du moins sans faire intervenir des conceptions théoriques peut-être

⁽¹⁾ A.-W. REINOLD et A.-W. RUCKER, *Proc. Roy. Soc. of Lond.*, 1877. *Phil. Trans. R. S. Lond.* : Part II, 1881 et Part II, 1883. *Phil. Magaz.*, t. XIX; 1885. *Phil. Trans.* : Part II, 1886. *Wied. Ann.*, t. XLIV; 1891. *Phil. Trans. R. S. Lond.*, t. CLXXXIV; 1893.

contestables; mais leurs expériences mettent en évidence d'une façon certaine l'existence des couches de passage, en même temps qu'elles déterminent une limite supérieure et une limite inférieure de l'épaisseur de ces couches.

Les lames liquides étudiées étaient cylindriques et placées verticalement; elles étaient formées, entre deux anneaux de platine de même rayon, à l'intérieur d'une enceinte où les conditions de température et d'état hygrométrique étaient maintenues rigoureusement constantes. Une lame ainsi disposée s'amincissait graduellement par suite de l'écoulement lent du liquide; l'épaisseur à chaque instant était à peu près constante sur chaque section horizontale, mais variait d'un point à l'autre dans le sens vertical. En examinant une lame nouvellement soufflée, on voyait, au bout de quelque temps, se former à la partie supérieure un anneau noir, dû à un grand amincissement de la lame en cet endroit et s'expliquant comme la plage centrale noire des anneaux de Newton. Cet anneau pouvait persister longtemps grâce aux précautions prises pour éviter toute évaporation; sa largeur comptée verticalement croissait lentement avec le temps. Les autres parties de la lame, quand l'écoulement lent du liquide les avait amincies suffisamment, présentaient des colorations diverses disposées en couronnes circulaires qui semblaient descendre lentement le long de la lame, par suite de l'amincissement graduel. A chaque instant, on pouvait déterminer l'épaisseur de la lame aux diverses hauteurs, grâce à ces colorations, en se servant de la Table des couleurs d'interférences des anneaux de Newton; l'indice de réfraction du liquide dont la lame était formée avait été préalablement déterminé dans ce but. Cette méthode ne pouvait évidemment pas s'appliquer à la partie noire; pour cette partie, l'épaisseur fut déterminée autrement par deux méthodes différentes, l'une optique, l'autre électrique,

dont les résultats furent généralement trouvés concordants. Je ne décrirai ici aucune de ces deux méthodes, renvoyant pour cela aux Mémoires originaux.

6. Ces préliminaires posés, je résume les principaux résultats obtenus par les deux physiciens anglais : je citerai quelquefois textuellement.

L'épaisseur de la partie noire est absolument uniforme sur une même lame et demeure constante jusqu'au moment de la rupture. « Cette épaisseur, quand on compare entre elles les différentes lames, varie seulement dans d'étroites limites : de 7^µ à 14^µ. » Elle est généralement voisine de 12^µ.

Alors que, dans les parties colorées de la lame, on passe d'une couleur à l'autre par degrés insensibles, « la partie noire, au contraire, est toujours séparée du reste par un bord net quand la bulle, en équilibre, n'est soumise à aucune force extérieure. » (On verra plus loin ce que les auteurs entendent par *force extérieure*.) Si l'on examine avec soin les parties colorées contiguës à la partie noire, on constate qu'entre le noir et la première couleur visible qui le borde immédiatement, plusieurs couleurs indiquées dans le Tableau d'interférences de Newton (en particulier toutes les nuances de gris) font défaut. Cette région de la lame présente donc une discontinuité d'épaisseur, et c'est ce qui fait paraître si net le bord du noir.

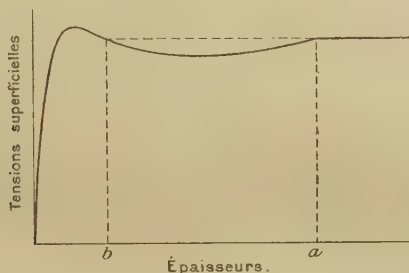
L'expérience suivante confirme l'existence de cette discontinuité : « Si un courant électrique d'une intensité suffisante traverse une lame dont une plage est noire, la limite du noir devient mal définie »; le bord net s'efface, les couleurs qui manquaient apparaissent, « et il y a transition graduelle depuis l'épaisseur de la partie colorée jusqu'à celle de la partie noire de la bulle. »

« Si l'on interrompt le courant, le gris qui formait la transition entre le noir et la partie colorée disparaît, la

discontinuité est rétablie »; ce changement met d'ailleurs une certaine lenteur à se produire; « il prend environ dix ou quinze secondes ⁽¹⁾ ».

C'est l'action du courant électrique que Reinold et Rucker entendaient par l'expression *force extérieure*. L'expérience qui précède montre bien qu'au bord de la partie noire la lame présente certainement une brusque variation d'épaisseur lorsqu'elle est soumise aux *seules* forces moléculaires.

Fig. 1.



La stabilité de cette région noire qui peut persister plusieurs heures, indique que la tension superficielle pour cette faible épaisseur est la même que pour les parties plus épaisses du reste de la lame. D'ailleurs, des expériences directes nombreuses ont confirmé cette manière de voir, et ces expériences étaient assez précises pour mettre en évidence nettement une différence de $\frac{1}{200}$ si elle avait existé.

La discontinuité d'épaisseur qui se produit au bord du noir s'explique facilement en supposant que, pour les épaisseurs correspondant aux couleurs qui manquent, la tension superficielle n'est pas la même que pour les parties plus épaisses. L'hypothèse la plus simple est celle qu'exprime la *fig. 1* : la tension superficielle serait constante

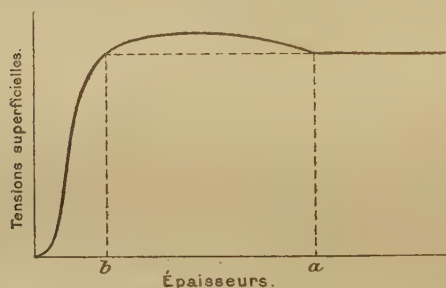
(1) Cette lenteur prouve combien est faible la différence entre la tension superficielle des parties colorées ou de la partie noire et celle des parties intermédiaires qui disparaissent quand on supprime le courant.

pour toute épaisseur supérieure à une certaine valeur critique a , diminuerait ensuite quand l'épaisseur deviendrait moindre que a , passerait par un minimum, augmenterait de nouveau, reprendrait sa valeur primitive pour une certaine épaisseur b , après quoi elle passerait sans doute par un maximum pour diminuer ensuite jusqu'à zéro. L'épaisseur b serait celle de la partie noire.

Une autre courbe (*fig. 2*) rendrait compte aussi de la discontinuité d'épaisseur, mais ne permettrait pas d'expliquer facilement la formation ni surtout la stabilité de la partie noire.

Quoi qu'il en soit, il est sûr qu'à partir d'une certaine

Fig. 2.



épaisseur critique a et pour des épaisseurs décroissantes, la tension superficielle jusque-là constante commence à varier : a est la somme des épaisseurs de passage. Il est difficile de la mesurer exactement à cause de la très rapide variation d'épaisseur de la lame au voisinage du noir. Reinold et Rucker en ont fixé seulement deux limites entre lesquelles elle est certainement comprise : 45μ et 96μ .

Je n'ai indiqué ici que les résultats obtenus par ces deux physiciens sans insister sur les détails d'expériences qui ne peuvent évidemment trouver place dans ce Travail. Ces habiles expérimentateurs ont eu à vaincre des difficultés techniques considérables et n'ont laissé de côté aucun point délicat sans l'avoir minutieusement étudié.

Leurs Mémoires peuvent être considérés comme des modèles d'étude expérimentale dont devront s'inspirer tous ceux qui, après eux, voudront s'occuper de ces questions.

7. *Expériences de Fischer.* — M. Fischer ⁽¹⁾ a étudié comment une goutte d'huile s'étale sur une surface de mercure propre; l'auteur ne se proposait pas, dans ses expériences, l'étude des couches de passage; ce n'est donc qu'incidemment qu'il a touché au sujet qui nous occupe.

Une goutte d'huile déposée sur un bain de mercure s'y étale lentement, formant un disque d'épaisseur uniforme qui, au bout de quelque temps, atteint un diamètre maximum et reste alors longtemps stationnaire. Diverses raisons conduisent M. Fischer à penser qu'entre le bord du disque visible et les parois du vase la surface du mercure est recouverte par une couche d'huile très mince, invisible; l'équilibre qui existe prouve que la tension superficielle de cette couche très mince et celle du disque épais sont égales. En outre, le disque est limité par un bord très net indiquant à cet endroit une brusque discontinuité d'épaisseur. M. Fischer assimile la couche mince invisible à la partie noire des lames de Reinold et Rucker et le disque visible aux parties colorées épaisses. La discontinuité d'épaisseur s'expliquerait alors de la même façon et mettrait en évidence l'existence de couches de passage. Malheureusement, M. Fischer n'a pas mesuré l'épaisseur de la couche épaisse à l'endroit de la discontinuité; il annonce sur ce point des expériences ultérieures qui n'ont pas encore été publiées. Néanmoins, l'existence du bord net est certaine et, après les expériences de Reinold et Rucker, celles de M. Fischer étaient intéressantes à mentionner.

Le cas où s'est placé M. Fischer est d'ailleurs moins

(1) FISCHER, *Sur l'épaisseur minima des membranes liquides* (Dissertation inaugurale, Munich, 1897).

simple que celui qu'ont étudié les deux physiciens anglais : la viscosité de l'huile, la rapidité de la formation des disques, la grandeur du vase qui contient le mercure interviennent évidemment dans les phénomènes, et il faudra en tenir compte dans l'interprétation des résultats.

Avant M. Fischer, divers physiciens avaient fait d'intéressantes expériences sur l'extension de l'huile, non plus sur le mercure mais sur l'eau. Nous n'y insisterons pas, ces expériences soulevant d'assez grosses difficultés d'interprétation et n'ayant d'ailleurs pas été faites en vue de mettre en évidence les couches de passage. Celles de Lord Rayleigh cependant peuvent nous fournir une indication. Ce physicien a montré (1) que l'on peut former sur la surface de l'eau de minces pellicules huileuses dont l'épaisseur ne dépasse pas $1^{u},6$ et qui suffisent pour arrêter complètement les mouvements de petites parcelles de camphre ; ces pellicules ont une épaisseur certainement inférieure à la somme des épaisseurs de passage, car la tension de la surface d'eau huileuse ainsi constituée est inférieure à la somme des tensions des surfaces eau-huile et huile-air. Lord Rayleigh mesurait la tension de la surface huileuse par l'ascension, entre deux plaques de verre parallèles et très rapprochées, d'eau surmontée d'une pareille couche superficielle. On pourrait tirer de là une méthode pour déterminer l'épaisseur de l'ensemble des deux couches de passage de l'huile (au contact de l'air et de l'eau) ; il suffirait de mesurer à partir de quelle épaisseur d'huile la hauteur soulevée devient constante. Mais de pareilles expériences seraient extrêmement délicates à réaliser, à en juger par celles de Reinold et Rucker sur les bulles de savon.

8. *Expériences de Quincke.* — Quincke était le seul

(1) On trouvera la traduction de son Mémoire dans les *Conférences et allocutions* de Lord Kelvin, traduction française, p. 48.

qui jusqu'ici eût fait des expériences sur les solides. C'est la détermination du rayon d'activité moléculaire qu'il avait en vue. Le principe de sa méthode est le suivant ⁽¹⁾ : « On prend, dit-il, une plaque de verre propre et homogène; on la recouvre d'une couche d'une autre substance, couche en forme de coin dont l'épaisseur au tranchant est extrêmement mince et croît à partir de là uniformément. On plonge alors la plaque dans un liquide non susceptible de la mouiller ⁽²⁾; l'angle de raccordement du liquide et de la paroi dépend à la fois de la paroi et du liquide; la hauteur soulevée ne commence à devenir constante que lorsque l'épaisseur de la couche cunéiforme devient supérieure au rayon de la sphère d'activité moléculaire. » Quincke a opéré sur l'argent en prenant comme liquide l'eau, et sur l'iodure d'argent, le sulfure d'argent, le collodion ⁽³⁾ en prenant comme liquide le mercure. Les meilleures mesures sont celles qu'il a faites sur les couches d'argent; l'épaisseur à partir de laquelle la hauteur du liquide soulevé devient constante a été trouvée voisine de 54^μ. Pour les trois autres corps, les nombres obtenus sont compris entre 48^μ et 80^μ.

Quincke admet comme valeur moyenne de ces différentes mesures le nombre 50^μ. Selon lui, ce nombre représente le rayon d'activité moléculaire qu'il suppose le même pour tous les corps. Dans le cas de l'argent, par exemple, Quincke interprète son expérience ainsi : la hauteur soulevée varie tant que l'action du verre sur l'eau se fait sentir au travers de l'argent, mais devient constante

(1) QUINCKE, *Pogg. Ann.*, t. CXXXVII; 1869.

(2) Quincke entend par liquide qui ne mouille pas tout liquide tel que l'angle de raccordement soit différent de zéro. Si cet angle est aigu, comme c'est le cas de l'eau au contact de l'argent, le liquide s'élève le long de la paroi; il y aurait dépression, au contraire, si l'angle de raccordement était obtus.

(3) Pour ces trois derniers corps, Quincke ne s'est occupé que de la variation de l'angle de raccordement.

dès que la couche d'argent atteint une épaisseur égale au rayon d'activité moléculaire.

Il est facile de voir qu'une pareille interprétation n'est pas nécessaire. *A priori*, on ne peut dire qu'une chose, c'est que la hauteur soulevée deviendra constante dès que la somme des actions qu'exercent sur l'eau le verre et l'argent sera elle-même constante. Cette condition se prête à bien des hypothèses. On pourrait imaginer, par exemple, que le rayon d'activité est bien moindre que 50^µ et que le verre cesse d'agir directement sur l'eau bien avant que la hauteur soulevée soit devenue constante; on admettrait alors que la surface de l'argent en contact avec l'eau a une constitution variable avec l'épaisseur, tant que celle-ci est inférieure à 50^µ, mais qui devient constante au delà de cette limite. Ce nombre 50^µ représenterait alors la somme des épaisseurs de passage (¹). Bref, les expériences de Quincke, réduites à elles seules, ont une signification incertaine; on ne doit les considérer que comme indiquant un ordre de grandeur des quantités dont il est question dans ce Mémoire.

Ce n'est pas, d'ailleurs, la seule critique que l'on puisse faire au travail de Quincke. On peut se demander si les couches d'argent qu'il emploie, et sur la préparation desquelles il ne nous donne que très peu de renseignements, sont bien comparables entre elles à toutes les épaisseurs; si, par exemple, la variation de la hauteur d'eau soulevée ne serait pas due à des traces d'impuretés aux petites épaisseurs ou à une altération de l'argent. J'examine cette question vers la fin de ce Mémoire à propos des couches que j'ai étudiées; on verra que, selon toute probabilité, Quincke a bien opéré sur de l'argent pur. Je montre en même temps que, parmi toutes les interprétations qu'on

(¹) C'est l'interprétation que donne M. Bouasse (*Ann. de Ch. et de Phys.*, 6^e série, t. XXVIII, p. 172; 1893).

peut donner des expériences de Quincke, les résultats que j'ai obtenus moi-même permettent d'en choisir une devenue plus vraisemblable que les autres et qu'ainsi les ingénieuses expériences du physicien allemand confirment les résultats qu'on peut obtenir par d'autres voies.

9. Je bornerai là ces considérations historiques. Les expériences que j'ai décrites ne sont pas les seules qu'on ait tentées dans le même ordre d'idées; mais j'ai laissé systématiquement de côté celles qui s'appuyaient sur des hypothèses plus ou moins contestables et ne tiraient pas leurs conclusions des résultats immédiats des mesures.

Ainsi limitée, on voit bien l'état de la question.

Pour les liquides, les expériences de Reinold et Rucker ont mis nettement en évidence l'existence des couches de passage, au moins en ce qui concerne le liquide glycérique et quelques liquides semblables. Quant à l'épaisseur de ces couches, les deux physiciens anglais en ont donné seulement deux limites inférieure et supérieure assez éloignées l'une de l'autre; il semble difficile d'aller plus loin dans la voie qu'ils ont choisie.

Pour les solides, nous ne possédons que les expériences de Quincke; en laissant de côté l'objection relative à la pureté des couches, ces expériences nous donnent avec assez d'exactitude, au moins pour l'argent, la valeur d'une certaine quantité dont on ne peut pas, sans expériences nouvelles, fixer la signification précise.

Il y avait donc intérêt à reprendre l'étude des couches solides minces; c'est ce que j'ai essayé de faire.

10. *But de ce Travail.* — Je me suis posé le problème suivant :

Est-il possible de préparer une succession de couches minces d'un même corps solide, comparables entre elles, présentant respectivement toutes les épaisseurs depuis zéro jusqu'à une valeur suffisante pour que les couches de passage, si elles existent, soient complètement constituées?

Peut-on mettre en évidence, d'une façon nette, l'existence de ces couches de passage comprenant entre elles, à partir d'une certaine épaisseur, une couche homogène de constitution invariable?

Peut-on mesurer avec exactitude l'épaisseur de la couche entière qui se réduit aux deux couches superficielles, c'est-à-dire l'épaisseur au-dessous de laquelle la couche intermédiaire homogène disparaît?

Dans quelle mesure ces couches de passage doivent-elles être considérées comme ayant une existence objective, indépendante des moyens mis en œuvre pour les étudier?

J'ai réussi à répondre à ces questions dans le cas de l'argent. Parmi les différents corps solides possibles, les métaux sont les seuls pour lesquels on puisse préparer des couches se prêtant bien à une pareille étude, et, parmi eux, l'argent seul fournit des résultats suffisamment certains et précis, surtout en ce qui concerne la détermination des épaisseurs. Je ne veux pas dire que les résultats obtenus ne soient vrais que dans le cas des couches d'argent; on verra au contraire que l'on est conduit à les considérer comme généraux. Mais, pour les établir une bonne fois avec certitude, il fallait s'attacher à étudier aussi complètement que possible un cas particulier. C'est ce qu'ont fait pour les liquides Reinold et Rucker qui ont étudié seulement l'eau de savon avec ou sans glycérine; c'est ce que je fais pour les solides.

11. *Méthode employée. Division du sujet.* — Les couches étaient déposées sur verre.

Pour les étudier, on pouvait songer à trois méthodes : 1° une méthode fondée sur des expériences de capillarité analogues à celles de Quincke. Une pareille méthode a l'inconvénient de faire intervenir le verre et un liquide d'une façon active dans les phénomènes; nous avons vu que ces expériences ne se suffisent pas; réduites à elles seules, elles ne permettent pas d'interpréter les résultats

avec certitude; 2° une méthode optique se proposant, par exemple, d'étudier les pertes de phase de la lumière par réflexion ou transmission. Mais les expériences faites jusqu'ici par les divers physiciens montrent que l'épaisseur à partir de laquelle les propriétés optiques deviennent constantes dépend du phénomène optique choisi et, pour un même phénomène, de l'incidence, de la longueur d'onde et d'autres conditions encore mal définies. Dans une première étude des couches de passage où l'on cherche à définir objectivement ces couches, les phénomènes optiques trop complexes doivent donc être rejetés; 3° une méthode électrique. C'est à cela que je me suis arrêté.

J'ai étudié la résistance superficielle des couches d'argent aux diverses épaisseurs. Les lames de verre qui portaient ces couches n'intervenaient que comme support; étant isolantes, elles ne prenaient pas une part active au phénomène. De plus, les résultats se sont montrés indépendants des conditions atmosphériques, l'état hygrométrique par exemple; la température seule a une influence, d'ailleurs très facile à définir. On sait que, au contraire, les couches d'air et d'humidité condensées à la surface d'un corps peuvent modifier profondément ses propriétés optiques.

Ce Mémoire est divisé en cinq Chapitres :

Dans le premier, j'indique la manière de préparer les couches d'argent;

Le deuxième est consacré aux mesures de résistances;

Le troisième, aux mesures d'épaisseurs;

Le quatrième, à l'exposé des résultats;

Dans le cinquième, j'indique quelques objections possibles et la manière de les lever. Je termine par l'examen de l'influence de la température et des variations qu'éprouvent les couches sous l'influence du temps.

Ce Travail a été fait au laboratoire de Physique de l'École Normale supérieure. Mes excellents Maîtres,

MM. Violle et Brillouin, ont beaucoup facilité ma tâche par leurs encouragements et leurs précieux conseils. Je les prie d'agréer l'expression de ma profonde reconnaissance et de ma respectueuse affection.

CHAPITRE I.

PRÉPARATION DES COUCHES.

12. Les couches étudiées étaient déposées par voie chimique sur des plaques de verre. Ces plaques, de 3^{mm} d'épaisseur environ et d'à peu près 9^{cm} de longueur sur 3^{cm} de largeur, étaient découpées dans des plaques plus grandes de glace ordinaire. On en trouve, dans le commerce, de bons échantillons dont les surfaces sont assez régulières pour que deux morceaux superposés donnent, à la lumière d'un bec à sodium, des franges bien continues. Cette condition était indispensable pour la bonne exécution des mesures optiques qui devaient servir à déterminer les épaisseurs des couches d'argent déposées.

Les dépôts doivent être faits avec de minutieuses précautions si l'on veut obtenir des résultats comparables entre eux; aussi, je décrirai avec quelque détail la technique de leur préparation.

13. *Lavage des plaques de glace.* — On fait un premier lavage à l'eau ordinaire; chaque plaque, maintenue sous l'eau contenue dans un cristalliseur, est frottée entre les doigts, qu'on a eu soin au préalable de bien savonner et rincer afin de débarrasser leur surface de toute matière grasse.

On recommence un lavage pareil de la plaque dans un autre cristalliseur contenant de l'eau distillée, après quoi la plaque est plongée dans une dissolution moyennement concentrée de soude pure où on la laisse séjourner. La dissolution de soude est contenue dans un cristalliseur; au fond, est placée une baguette de verre sur laquelle on

appuie une extrémité de la plaque, l'autre extrémité reposant sur le fond même du cristallisoir; la face tournée vers le bas est celle que l'on argentera.

Au bout de trois ou quatre jours, on retire la plaque en la saisissant par la tranche entre les branches d'une pince en bois, et on la transporte rapidement dans un vase contenant de l'eau pure aiguisée d'acide azotique pur; on la promène au travers du liquide, toujours maintenue par la pince, de manière à la débarrasser de toute trace de soude; on achève ce lavage en la promenant de même dans un autre vase contenant de l'acide azotique pur. On passe enfin la plaque dans l'eau distillée, et on la dépose dans un bain d'acide azotique pur à 40°; on l'y place de la même manière qu'auparavant dans le bain de soude, la face à argenter tournée vers le bas. On la laisse séjourner dans l'acide au moins trois ou quatre jours.

Pendant ces opérations, les extrémités de la pince de bois sont un peu attaquées par l'acide qui prend, lorsqu'il a servi un certain nombre de fois, une légère teinte jaune. Cela n'a d'ailleurs aucune influence sur la propreté de la plaque; il faut avoir soin seulement de remplacer la pince par une neuve quand, ayant servi un certain temps, elle menace de se désagréger.

Le jour de l'argenture venu, la plaque est retirée du bain d'acide ⁽¹⁾, longuement promenée dans un bain d'eau distillée, puis dans un second, et enfin placée dans un verre plein d'eau distillée; on l'appuie contre la paroi, la face à argenter vers le bas. On l'en retirera au moment même de l'argenture.

Après toutes ces opérations, la plaque peut être consi-

(1) Dans mes expériences, le bain d'acide et celui de soude pouvaient recevoir chacun huit plaques; on les retirait au fur et à mesure des besoins, et chaque plaque enlevée était remplacée par une nouvelle.

dérée comme parfaitement propre et l'état de sa surface comme bien défini.

Les deux bains d'acide et de soude, dans lesquels les plaques doivent séjourner plusieurs jours, sont recouverts pour éviter la chute des poussières ainsi que les émanations de l'acide et une carbonatation trop rapide de la soude. Il est avantageux d'ailleurs de les renouveler assez fréquemment.

14. *Composition du bain argentifère.* — J'ai employé, en le modifiant un peu, un procédé indiqué autrefois par Martin (¹).

On prépare d'abord les quatre liqueurs suivantes :

1° Une solution de 100^{gr} de nitrate d'argent pur cristallisé dans 1000^{gr} d'eau distillée (liqueur 1).

2° Une solution moyennement concentrée d'ammoniaque pure (liqueur 2).

3° Une solution de 40^{gr} de soude caustique pure dans 1000^{gr} d'eau distillée (liqueur 3).

4° Une solution de 100^{gr} de sucre candi blanc dans 500^{gr} d'eau distillée. On y ajoute 3^{cc} ou 4^{cc} d'acide azotique pur à 36°; on fait bouillir pendant vingt minutes environ pour produire l'interversion; on laisse refroidir et l'on neutralise l'excès d'acide en versant dans la liqueur un peu de soude; il est bon de ne pas neutraliser complètement, mais l'acidité doit rester très faible. On complète ensuite le volume à 2^{lit}, à l'aide d'eau distillée et de 200^{cc} d'alcool à 36°. On laisse enfin reposer la liqueur afin que se rassemblent au fond du vase les poussières et les filaments de ficelle que contient toujours le sucre candi du commerce. On siphonne alors le liquide et on le conserve dans un flacon parfaitement propre (liqueur 4).

Ces liqueurs obtenues, on prépare le liquide argentifère. On verse dans une éprouvette de 0^{lit},5, graduée en centimètres cubes :

(¹) MARTIN, *Comptes rendus*, t. LVI, p. 1044; 1863.

1° 120^{cc} de la liqueur 1;

2° Une quantité de la liqueur 2 juste suffisante pour redissoudre le précipité d'abord formé; il ne doit subsister aucune odeur d'ammoniaque;

3° Environ 200^{cc} de la liqueur 3.

Un précipité se produit. On complète le volume à 500^{cc} par de l'eau distillée, on verse le tout dans un verre à précipités et on laisse reposer vingt-quatre heures. Il ne reste plus alors qu'à siphonner le liquide devenu parfaitement limpide; on le conserve, dans un flacon bien bouché, à l'abri de la lumière.

Cette *liqueur argentifère* peut être employée immédiatement ou seulement quelques jours après; cependant, il ne faut pas dépasser huit jours, car, au bout de ce temps, elle commence à déposer de l'argent spontanément. Une liqueur vieille ne donne plus de bonnes argentures.

La liqueur 4, mélangée en proportion convenable à la liqueur argentifère, la réduit et détermine l'argenture. Les différentes épaisseurs de dépôt sont obtenues en étendant d'eau plus ou moins.

15. *Argenture des plaques.* — Venons à l'opération même de l'argenture.

Il est commode de la faire dans une cuve à faces parallèles. Il va sans dire que, si la cuve est assez épaisse (2^{cm} suffisent largement), le parallélisme des faces n'est pas nécessaire pour que l'épaisseur du dépôt soit partout la même (1). La longueur doit dépasser un peu celle de la plaque si l'on veut que l'argenture soit homogène même aux extrémités.

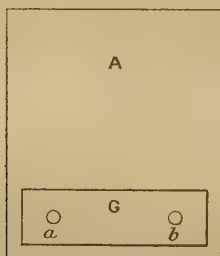
La cuve ayant été soigneusement nettoyée, puis rincée à l'eau distillée, on y verse un certain volume de la liqueur argentifère que l'on étend d'eau plus ou moins suivant l'épaisseur d'argent à obtenir; la quantité totale de liquide

(1) La cuve dont je me suis servi avait 3^{cm} d'épaisseur, 11^{cm} de longueur et à peu près autant de hauteur.

doit être prise assez grande pour que la plaque qu'on y doit plonger puisse être entièrement immergée, et même dépassée de un ou deux centimètres par le niveau du liquide. On prépare en outre, dans une burette graduée, un volume de liquide réducteur (liqueur 4) égal au $\frac{1}{5}$ environ de celui de la liqueur argentifère pure contenue dans le liquide de la cuve.

Cela fait, on prend une plaque de verre bien propre A (fig. 3), un peu moins large que les grandes faces de la

Fig. 3.



cuve, mais un peu plus haute; on fixe sur sa surface, parallèlement à la largeur, et à 3^{cm} environ du bas, deux petites boulettes de cire molle *a* et *b*. La plaque à argenter G est alors retirée du verre d'eau distillée où on l'avait placée après tous les lavages indiqués plus haut; on la pose, par la face opposée à celle qu'on doit recouvrir d'argent, sur les deux boulettes de cire molle, et l'on appuie sur ses deux extrémités de manière à écraser les boulettes. La plaque de glace G est ainsi fixée sur la plaque A.

On verse alors, dans le bain argentifère déjà contenu dans la cuve, le liquide réducteur, on agite avec une baguette de verre et l'on immerge la plaque G à argenter en appliquant la plaque A qui la porte contre une des faces de la cuve. On maintient A dans cette position à l'aide d'une petite pince à ressort.

Pour que l'argenteure soit bonne, la cuve doit être inclinée légèrement (de 30° environ) sur la verticale, de

manière que la face libre de la plaque G soit tournée vers le bas. De cette façon, les boues qui se forment vers la fin de l'argenture tombent au fond du vase et ne se déposent pas sur la plaque. On maintient la cuve inclinée, pendant tout le temps de l'opération du dépôt, en appuyant sa partie supérieure contre la paroi verticale d'un support solide quelconque.

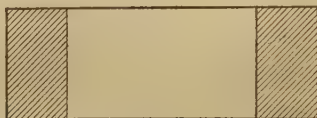
16. Dès que le liquide réducteur est versé dans le bain argentifère, celui-ci devient jaune, puis brun, puis noir; au bout de deux ou trois minutes, le dépôt d'argent commence et envahit bientôt toute la surface à recouvrir. On agite de temps en temps le bain, doucement, avec une baguette de verre, ou mieux avec un thermomètre qui sert en même temps à connaître la température, afin de renouveler les couches liquides qui baignent les parois. Après un temps variable entre sept et onze minutes, l'argenture est terminée, ce qu'on reconnaît à l'aspect du bain. Il faut alors retirer la plaque. Si on la laissait plus longtemps, quelques grains du précipité d'argent qui se forme alors dans toute la masse liquide pourraient s'attacher à la surface du dépôt. On retire donc la plaque, on la porte sous le robinet d'une fontaine d'eau distillée et on laisse couler sur elle, pendant deux ou trois minutes, un jet modéré qu'on évite de faire tomber de haut, afin de ne pas détériorer la couche d'argent. On détache ensuite la glace argentée de la plaque A qui la porte, on en essuie la tranche et la face postérieure, et on la promène quelques instants dans un grand verre plein d'eau distillée où on peut même la laisser séjourner un peu, afin de la débarrasser complètement des dernières traces de liquide argentifère qu'elle a pu retenir. Il ne reste plus qu'à la sécher; pour cela, on l'appuie, par une extrémité, contre la paroi verticale d'un bloc de bois entouré de papier à filtrer, en ayant soin, comme toujours, de tourner la face argentée vers le bas, et l'on recouvre le tout d'une cloche pour éviter l'accès des poussières. Le papier à filtrer qui entoure

le support sert à boire le liquide qui mouille la plaque à l'extrémité par où elle est appuyée ; sans cette précaution, ce liquide pourrait couler sur la plaque après s'être souillé au contact du support et, ainsi, contaminer la surface de l'argent.

La plaque est sèche en quelques instants. Après ce séchage, elle ne peut plus être mouillée par l'eau.

17. Le séchage terminé, il faut encore épaissir le dépôt d'argent aux extrémités de la plaque afin de donner là, à l'argenture, la solidité nécessaire pour qu'on y puisse appliquer plus tard les électrodes qui amèneront le courant, quand on étudiera la conductibilité électrique de la couche. Pour cela, on fait des dépôts supplémentaires très épais à chaque extrémité, sur une longueur de 2^{cm} environ (*fig. 4*), en les plongeant successivement, pendant sept

Fig. 4.



ou huit minutes, dans un bain argentifère très concentré, mélangé à la quantité convenable de liqueur réductrice.

On lave ces extrémités après cette nouvelle argenture et l'on sèche comme précédemment ; après cela, on colle sur la face postérieure de la lame une petite étiquette portant une lettre affectée d'un numéro ⁽¹⁾.

La plaque est enfin placée dans une boîte où on l'incline, la face argentée tournée vers le bas, en l'appuyant contre la paroi. La boîte, soigneusement recouverte, est enfermée dans une armoire jusqu'au jour où l'on commencera les études de résistance.

(¹) J'ai fait plusieurs séries d'expériences sur la conductibilité des couches. Chaque série était représentée par une lettre et, dans une même série, les plaques étaient distinguées entre elles par un numéro écrit en indice à côté de la lettre.

On inscrit sur le cahier d'expériences, en regard de la lettre et du numéro qui désignent la couche, tous les renseignements possibles sur sa préparation : âge de la liqueur argentifère, degré de dilution du bain, température, durée d'immersion dans le bain, etc.

18. *Influence de la température du bain.* — La température du bain argentifère où se forme le dépôt d'argent a une très grande importance.

Vers 15° ou 16°, les couches obtenues sont souvent mauvaises; au-dessus de 17°, elles le sont toujours.

Pour les bains très étendus, qui doivent fournir des couches très minces (épaisseurs moindres que 60^μ), la température ne doit pas dépasser 12° à 13°; on obtient d'excellents résultats à 11° et au-dessous; seulement, si la température est basse, le dépôt se forme plus lentement et l'opération doit durer plus longtemps.

Pour les bains de moyenne concentration, donnant des épaisseurs comprises entre 70^μ et 110^μ environ, la meilleure température est 12°.

Pour les bains très concentrés, la température doit être voisine de 14°, 5; le dépôt est rapide et il faut agiter tout le temps. Les couches obtenues sont alors très bonnes, et leur épaisseur peut atteindre 170^μ, limite qu'on ne peut guère dépasser. Si la température était inférieure à 13°, les dépôts seraient encore très bons, mais leurs épaisseurs seraient toujours beaucoup moindres. Ainsi, à 12°, même avec des bains très concentrés, l'épaisseur obtenue dépasse rarement 100^μ.

La température du laboratoire où j'ai effectué mes argentes n'est jamais descendue au-dessous de 13°, même en hiver. Quand je voulais porter les bains argentifères à des températures moindres, je refroidissais d'abord les liquides employés et je plongeais la cuve, pendant le dépôt, dans un vase contenant de l'eau amenée à la température voulue par addition de glace. J'ai pu ainsi réaliser d'excellentes argentes, même au plus fort de l'été.

19. *Limites des épaisseurs obtenues.* — Le procédé de

préparation qui vient d'être décrit permet d'obtenir toutes les épaisseurs possibles depuis 20^µ jusqu'à 170^µ environ. Ces limites ont été très suffisantes pour l'étude des phénomènes que j'avais en vue.

Il n'est guère possible d'obtenir des dépôts plus épais. On ne le pourrait qu'en employant des liqueurs argentifères plus concentrées ou en superposant sur la même plaque plusieurs dépôts. Mais les couches obtenues ainsi sont fortement voilées ou tachées et ne peuvent être utilisées.

Les épaisseurs voisines de 20^µ sont préparées en étendant la liqueur argentifère d'environ dix fois son volume d'eau. Si l'on voulait obtenir des couches plus minces, il suffirait, au lieu de diluer davantage la liqueur argentifère, ce qui ne donnerait plus des dépôts d'une homogénéité suffisante, de diminuer la durée d'immersion; on obtient ainsi toutes les épaisseurs comprises entre 20^µ et 0. La même méthode pourrait à la rigueur servir pour obtenir toute l'échelle des épaisseurs avec des bains très concentrés. Mais, dans la plupart des cas, les argentures préparées de cette manière ne sont pas d'une épaisseur uniforme.

20. *Remarques.* — L'ensemble des précautions que j'ai indiquées dans les paragraphes qui précèdent peut paraître un peu trop minutieux; même, au premier abord, quelques-unes d'entre elles semblent superflues. De fait, au début de mes recherches, j'employais une technique plus sommaire et je réussissais quelquefois à obtenir de bonnes argentures. Mais souvent aussi les couches déposées se trouvaient tachées ou manquaient d'homogénéité, et cela presque toujours sans cause apparente. C'est pour éviter ces nombreux échecs que j'ai été conduit à prendre successivement toutes les précautions que j'ai indiquées; je suis arrivé à réussir presque à coup sûr toutes mes argentures et, finalement, cette apparente complication m'a fait gagner du temps.

Le long séjour des plaques de glace dans la soude est

indispensable pour obtenir des dépôts d'une épaisseur bien homogène. Après le lavage dans la soude, le long séjour des plaques dans l'acide azotique pur a pour but d'enlever les moindres traces de soude; si ce séjour est trop court, les dépôts d'argent, examinés par réflexion dans le verre, présentent fréquemment de petites taches blanchâtres.

Il est à peine besoin de faire remarquer pourquoi l'eau employée dans les divers lavages doit toujours être de l'eau distillée. L'eau de source ordinaire contient en effet, entre autres impuretés, des chlorures qui donneraient un léger précipité de chlorure d'argent au moment de l'immersion de la plaque dans le bain argentifère; les dépôts obtenus dans ces conditions sont toujours très mauvais : tachés et peu adhérents.

21. En se conformant soigneusement à la méthode que j'ai décrite, on obtient des couches d'argent excellentes. Leur face antérieure et celle qui est en contact avec le verre présentent un poli parfait. Quelquefois cependant, surtout quand il s'agit de couches très épaisses, la surface antérieure est recouverte d'un voile très léger qu'on n'aperçoit bien que par comparaison avec une autre couche d'un poli plus parfait; mais je me suis assuré que ce voile est d'une épaisseur tout à fait insensible et n'altère en rien les résultats obtenus dans l'étude de la conductibilité.

Un bon critérium de la perfection des argentures est l'action de l'haleine; le dépôt de très fines gouttelettes qu'elle produit doit être absolument homogène sur toute la plaque; la moindre différence de nature entre deux régions de la couche d'argent est immédiatement mise en évidence par une différence d'aspect très marqué entre les deux parties correspondantes du dépôt d'humidité.

Examinées par transmission, les couches d'argent sont d'une couleur bleue caractéristique; cette couleur est plus ou moins foncée suivant l'épaisseur, ce qui permet d'apercevoir immédiatement, sur une même plaque, des différences d'épaisseur assez faibles.

Les couches les plus épaisses paraissent opaques; cependant, on voit au travers le disque du Soleil sous la forme d'un cercle bleu. Les couches très minces (40^{μ} environ) présentent une couleur très faible; au-dessous de cette épaisseur, la lumière est encore notablement absorbée par la couche, mais ce qui passe n'a plus de couleur sensible.

22. J'ajoute un dernier détail. J'ai examiné au microscope un grand nombre des couches que j'ai préparées. Même aux plus forts grossissements que peuvent fournir les meilleurs microscopes de Zeiss (ils peuvent séparer des points distants de $0^{\mu},1$), je n'ai jamais constaté de trous dans les couches, ni rien qui pût en faire soupçonner l'existence; et cela, quelle que fût l'épaisseur. Les couches devaient donc être considérées comme continues; du moins, rien n'autorisait à admettre le contraire ⁽¹⁾.

CHAPITRE II.

MESURE DES RÉSISTANCES.

23. *Disposition de l'appareil de mesure.* — Voici d'abord le procédé que j'emploie pour amener le courant dans une couche d'argent dont je veux étudier la conductibilité.

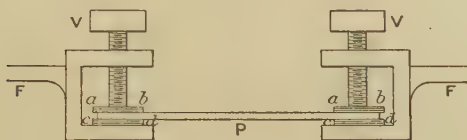
Chacune des extrémités de la plaque qui porte cette couche est serrée, à l'aide d'une pince à vis, entre deux petites plaques de cuivre bien planes (*fig.* 5). Ces dernières ont, en longueur et en largeur, à peu près les dimensions des dépôts d'argent supplémentaires faits aux extrémités de chaque plaque pour y augmenter la solidité de l'argenture (*voir* n° 17) précisément en vue de la mise en circuit.

Pour assurer un bon contact, les plaques de cuivre sont entourées de plusieurs épaisseurs de feuilles d'argent. On

(¹) Voir à ce sujet la discussion du n° 82.

choisit pour cela des feuilles assez solides pour n'être pas déchirées par le serrage et assez souples cependant pour s'appliquer bien sur les surfaces pressées.

Fig. 5.



P, plaque de glace argentée sur sa face inférieure.
ab, cd, petites plaques de cuivre recouvertes de
 feuilles d'argent.

V, pince à vis de serrage.

F, gros fil conduisant le courant.

Aux deux pinces de serrage sont soudées deux grosses tiges de cuivre qui amènent le courant. La plaque argentée et les pinces sont placées à l'intérieur d'un manchon de verre qui protège l'argenture contre les influences extérieures; ce manchon est fermé à ses extrémités par deux bouchons de liège traversés en leur centre par deux tubes de verre dans lesquels passent les deux tiges de cuivre. Enfin, ces tiges sont recourbées à leur extrémité libre et plongent dans deux godets pleins de mercure. Le tout constitue l'une des branches d'un pont de Wheatstone; grâce au dispositif employé, la résistance comprise entre les godets de mercure est due presque uniquement à la couche d'argent : la résistance des communications est à peu près négligeable. Cette condition, favorable aux mesures, n'est d'ailleurs pas indispensable, car la méthode adoptée pour déterminer la conductibilité de la lame d'argent élimine rigoureusement, comme on le verra, toutes les résistances parasites.

Les trois autres branches du pont sont prises sur une boîte Carpentier à décades à laquelle j'ajoins une boîte de dixièmes d'ohm du même constructeur et une boîte de centièmes que j'ai construite moi-même. Avec une multi-

plication seulement égale à 10, on peut apprécier sans difficulté le millième d'ohm.

Comme pile, j'ai employé un accumulateur convenablement shunté et, comme galvanomètre, un Thomson à faible résistance. Les résistances que j'avais à mesurer, se trouvant généralement comprises entre 0 et 100 ohms, les mesures se faisaient ainsi dans de bonnes conditions de sensibilité et je pouvais utiliser des courants très faibles.

24. Avant d'entreprendre les mesures, je me suis assuré d'abord que les couches à étudier avaient une résistance définie. J'ai examiné l'influence des chocs et des étincelles de toute nature; je n'ai jamais constaté aucun des phénomènes que présentent les poudres métalliques; la résistance est restée invariable (1).

La résistance s'est de même montrée absolument indépendante de l'intensité du courant employé; cette intensité était prise assez faible pour ne pas échauffer la couche en expérience; on s'assurait que cette condition était bien remplie en faisant passer le courant pendant plusieurs minutes de suite: la résistance devait rester invariable. Si l'on rendait alors le courant dix ou cent fois plus faible, aussi faible que le permettait la sensibilité du galvanomètre, la résistance conservait toujours la même valeur.

La seule variation que j'ai constatée dans la résistance des couches étudiées est un faible et lent accroissement de cette résistance avec le temps. J'y reviendrai plus loin.

25. *Principe de la méthode employée.* — La quantité que je me suis proposé de mesurer, c'est, sur chaque couche d'argent, la résistance ρ , évaluée en ohms, d'un carré supposé découpé en une région quelconque de la couche.

Une pareille résistance n'est déterminée que si l'on fixe la manière dont le courant traverse la petite aire ainsi

(1) Voir, au sujet de l'influence des étincelles, la note qui est au bas de la page 94.

découpée; le choix adopté est le suivant : on suppose les lignes équipotentielles parallèles entre elles et à deux des côtés opposés du carré, les lignes de flux étant parallèles aux deux autres côtés. Dans ces conditions, la valeur de ρ est indépendante de la grandeur du carré, la résistance d'un rectangle ne dépendant que du rapport des côtés.

La première idée qui vient à l'esprit pour déterminer ρ est de découper une bande étroite sur la lame, perpendiculairement aux petites plaques de cuivre terminales qui servent d'électrodes, et de mesurer la résistance de cette bande. Il suffit alors de mesurer sa longueur et sa largeur et l'on déduit de ces mesures, par un simple calcul de proportions, la résistance ρ cherchée.

Malheureusement, cette méthode si simple présente deux défauts graves qui la font rejeter.

En premier lieu, la résistance ainsi déterminée n'est qu'une valeur moyenne. Pour que le nombre obtenu ait un sens précis, il faut que l'épaisseur de la couche soit uniforme sur toute la longueur de la bande; or il est rare que cette uniformité soit suffisante, même pour les couches préparées avec le plus grand soin.

Le second défaut est plus grave.

La résistance de la bande mesurée directement n'est pas la résistance exacte. Il faut lui faire subir une petite correction provenant de ce que les lignes de courant, à leur sortie de la bande, se prolongent en s'épanouissant plus ou moins lentement dans les électrodes terminales. C'est une correction du même genre qu'il a fallu faire subir à la résistance de la colonne de mercure servant à la définition de l'ohm étalon. On sait, en effet, que la résistance *mesurée* d'un fil cylindrique aboutissant à des électrodes massives et indéfinies est plus forte que la résistance *calculée* d'après les dimensions du fil et la résistance spécifique du métal qui le compose. Si d est le diamètre du fil, la correction pour chaque extrémité est égale à la résistance d'une portion de fil fait du métal qui constitue

les électrodes, ayant pour diamètre d et pour longueur $0,82 d$.

Pour notre bande d'argent, la correction à chaque bout dépend de la largeur de la bande et aussi de la largeur et de l'épaisseur des électrodes. Le calcul pourrait être abordable si ces électrodes étaient d'épaisseur négligeable et d'une largeur indéfinie; mais ce n'est pas le cas de nos expériences. On pourrait, il est vrai, prendre la bande assez étroite pour que la correction pût être considérée comme négligeable; mais il serait alors très difficile de tracer des bandes dont la largeur fût suffisamment uniforme et surtout de mesurer cette largeur avec une précision suffisante.

26. J'ai employé un procédé par différence qui élimine rigoureusement la correction, quelle que soit son importance.

Soit (*fig.* 6, n° 1) une plaque argentée. ABCD, A'B'C'D' sont les dépôts épais des extrémités. A l'aide d'une pointe fine, on trace les lignes parallèles FF', GG' (*fig.* 6, n° 2) qui limitent une bande que l'on isole des parties adjacentes par des traits perpendiculaires EF, GH, E'F', G'H'.

On trace ensuite trois traits : LM, FL, MN parallèles, le premier aux grands côtés de la bande, les deux autres aux petits côtés (*fig.* 6, n° 3).

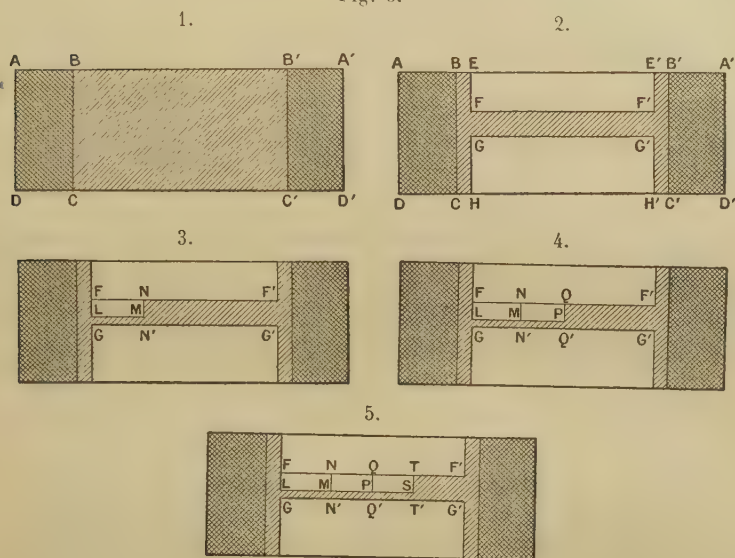
On met alors la lame en circuit; si l'on fait passer le courant, celui-ci ne traversera que les régions qui, dans la figure n° 3, sont couvertes de hachures. On mesure la résistance R_1 de la lame ainsi découpée.

On retire la lame du circuit et, par deux autres traits, l'un MP qui prolonge LM, l'autre PQ perpendiculaire (*fig.* 6, n° 4), on retire de la bande le rectangle MNPQ. On remet ensuite la lame en circuit; les hachures de la figure n° 4 indiquent les régions que traversera le courant. Soit R_2 la nouvelle valeur de la résistance.

Voyons ce que représente la différence $R_2 - R_1$. Appelons N', Q' les points où les prolongements de MN et PQ

couperaient la ligne GG'. On est passé de R_1 à R_2 en retirant, sur une longueur NQ de la bande primitive, une autre bande de largeur PQ; on, si l'on veut, en remplaçant le rectangle NQQ'N' par le rectangle MPQ'N' de

Fig. 6.



même longueur et de largeur moindre. Soient r la résistance du premier rectangle et r' celle du second; on a évidemment

$$r' - r = R_2 - R_1.$$

On en déduit facilement la résistance ρ d'une aire carrée.

Soient, en effet :

l , la longueur $NQ = MP$;

a , la largeur NN' de la bande primitive;

α , la largeur MN' de la bande restreinte.

On a

$$r = \rho \frac{l}{a}; \quad r' = \rho \frac{l}{\alpha},$$

d'où

$$r' - r = R_2 - R_1 = \rho l \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{a} \right)$$

et enfin

$$\rho = \frac{R_2 - R_1}{l} \frac{\alpha \alpha}{a - \alpha}.$$

Pour calculer ρ , il suffira maintenant de mesurer l , a et α .

On voit que cette méthode élimine rigoureusement toutes les résistances parasites (résistance des fils de communication, des électrodes, etc.). En particulier, la résistance de correction en MN' (*fig. 6*, n° 3), dans la mesure de R_1 , provenant du brusque changement de largeur en cet endroit, est compensée, dans la mesure de R_2 , par la correction égale en PQ' .

27. Ce n'est pas le seul avantage de cette méthode. La valeur de ρ ainsi déterminée est relative à une région peu étendue de la couche : le rectangle $NQQ'N'$. C'est la seule qui doive être d'épaisseur uniforme ; or, cette condition est toujours réalisée, pour une étendue aussi faible, grâce aux précautions prises dans la préparation des dépôts.

Enfin, la méthode qui vient d'être décrite se prête à un contrôle facile de l'exactitude des mesures. On peut, en effet, faire une seconde détermination de ρ en supprimant de la bande un deuxième rectangle $QPST$ (*fig. 6*, n° 5) de même largeur que $NN'Q'Q$, mais que l'on peut prendre d'une longueur différente l' . Si l'on mesure alors la résistance R_3 de la lame, on a

$$\rho = \frac{R_3 - R_2}{l'} \frac{\alpha \alpha}{a - \alpha}.$$

Cette formule fournit une deuxième valeur de ρ qui doit être identique à la première.

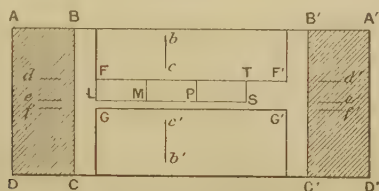
Sur toutes les couches que j'ai étudiées, j'ai fait ces deux déterminations de ρ et j'ai toujours obtenu deux valeurs très concordantes ; j'indiquerai plus loin les nombres.

28. *Découpage des bandes.* — De toutes les opérations nécessaires pour le calcul de ρ , la plus délicate est le découpage des bandes et des rectangles.

Les lignes FF' , GG' , LS (fig. 7) doivent être tracées bien droites et bien parallèles; toutes les autres doivent leur être perpendiculaires ou au moins être bien parallèles entre elles. Voici comment on y parvient.

On porte la lame argentée sur le banc de la machine à diviser où on l'assujettit à peu près parallèlement à la

Fig. 7.



vis. On trace ensuite à l'aide du burin un repère rectiligne d ⁽¹⁾ sur une des extrémités épaissies ABCD de la couche; puis on relève le burin et l'on fait avancer le chariot; quand celui-ci arrive devant l'autre extrémité A'B'C'D' de la couche, on abaisse de nouveau le burin et, par le jeu de la vis, on trace un second repère rectiligne d' dans le prolongement du premier. Ces deux repères déterminent la position qu'on donnera à l'un des côtés FF' de la bande. On détermine de la même façon les positions des lignes LS et GG' par deux autres couples de repères e, e' et f, f' . Les trois directions ainsi définies sont bien parallèles entre elles.

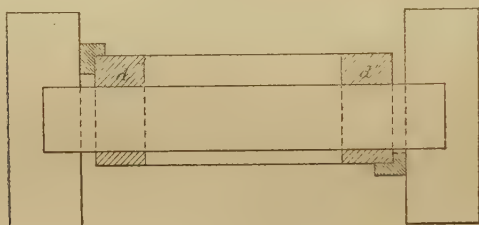
Après cela, on dispose la plaque argentée sur le banc de la machine, dans une direction perpendiculaire à la précédente (on s'aide, pour cela, d'une équerre). Puis on trace, toujours à l'aide du burin, deux repères rectilignes bc , $b'c'$, dans le prolongement l'un de l'autre, près des bords de la plaque; ils déterminent une direction parallèlement

(1) Pour cela, on maintient le burin appliqué contre la lame et l'on fait tourner la vis; le chariot avance et la pointe du burin trace la petite droite d parallèlement à l'axe de la vis.

à laquelle on tracera, en se servant d'une équerre, tous les petits côtés des rectangles FL, NM, QP, etc.

Tous les repères ainsi marqués vont servir au tracé des lignes nécessaires. Pour effectuer ce tracé, on porte la plaque sur une planchette de bois et on l'y assujettit à l'aide de petits taquets. On trace alors les lignes voulues à l'aide d'une pointe d'aiguille; l'aiguille portée par un manche est guidée par une règle d'acier dont la tranche a été soigneusement planée. Afin de ne pas détériorer la couche d'argent, la règle ne doit pas reposer directement sur elle; on l'appuie sur deux plaques de verre légèrement plus épaisses que la plaque argentée et placées de chaque côté de celle-ci (*fig. 8*).

Fig. 8.



On se rend compte aisément, d'après ces indications, du mode opératoire.

29. Toutes ces opérations, bien simples dans leur principe, sont assez délicates à réaliser. Le plus difficile est de raccorder exactement les lignes qui doivent se rencontrer. Un exemple entre autres : quand on forme le rectangle FLMN (*fig. 6*, n° 3), les lignes LM et NM doivent être exactement arrêtées à leur point d'intersection M. Si un mouvement nerveux de la main qui manœuvre l'aiguille prolonge la ligne qu'on trace au delà du point voulu, la plaque est gâtée. C'est là une cause de grande perte de temps.

Quand les lignes voulues sont tracées, on les examine avec soin à la loupe afin de s'assurer qu'elles se raccordent

convenablement et qu'elles isolent bien du reste de la couche les bandes et les rectangles.

Je n'ai gardé que les plaques pour lesquelles j'ai réussi à mener ces opérations à bien. On jugera tout à l'heure à quel degré d'exactitude je suis parvenu.

30. *Mesure des dimensions des rectangles.* — Les quantités à mesurer pour les rectangles MNPQ et PQTS sont : 1° les longueurs l et l' de ces rectangles; 2° la largeur moyenne a de la bande primitive FF'G'G (*fig.* 6, n° 5) sur toute la longueur de chaque rectangle; 3° la largeur moyenne α de la bande restreinte LSS'G, dans les mêmes conditions.

Toutes ces quantités ont été mesurées avec la machine à diviser. On a fait plusieurs mesures de chacune d'elles et l'on en a pris les moyennes. Pour la largeur a , par exemple, on a fait deux mesures à chaque extrémité de chaque rectangle; en tout, pour chaque rectangle, quatre mesures dont on a pris la moyenne. Même chose pour la détermination de α . On élimine ainsi le faible défaut de parallélisme des côtés des bandes.

Il est nécessaire de mesurer a et α pour chacun des deux rectangles séparément. Si la ligne PS prolongeait rigoureusement la ligne MP, ce serait inutile, car les deux valeurs de a , comme les deux valeurs de α , seraient égales; mais le prolongement n'est pas rigoureux et l'égalité de ces deux valeurs n'a pas absolument lieu. La différence est très faible, de sorte que les corrections de résistance aux bouts QP (*fig.* 6, n° 4) et TS (*fig.* 6, n° 5) se compensent néanmoins suffisamment.

Voici, pour donner une idée de la précision des tracés, les nombres obtenus avec l'une des couches que j'ai étudiées. Ces nombres expriment des millimètres.

	Premier rectangle.		Deuxième rectangle.	
	$\alpha.$	$\alpha.$	$\alpha.$	$\alpha.$
Première extrémité....	3,623	1,046	3,632	1,085
»	3,630	1,046	3,644	1,085
Deuxième extrémité...	3,618	1,030	3,648	1,073
» ...	3,620	1,031	3,650	1,088
Moyennes	3,623	1,038	3,644	1,083

31. *Influence du temps. — Corrections.* — J'ai dit (n°24) que la résistance de chaque couche augmente en général légèrement et continûment avec le temps. Cette variation est très lente; au bout de plusieurs jours, elle n'est encore qu'une petite fraction de la résistance totale. Elle n'est d'ailleurs pas proportionnelle au temps; assez rapide dans les heures qui suivent la première mesure, elle se ralentit beaucoup ensuite et devient à peu près insensible au bout d'une quinzaine de jours.

L'ensemble des mesures nécessaires au calcul de ρ dure à peu près une heure; la variation relative de la résistance pendant ce temps-là est négligeable devant chacune des résistances mesurées R_1, R_2, R_3 , au degré de précision sur lequel on peut compter pour ρ ; mais elle ne l'est pas en général devant les différences $R_2 - R_1, R_3 - R_2$, qui seules interviennent dans le calcul de ρ .

Prenons, par exemple, les deux mesures R_1 et R_2 ; la seconde est faite de dix à vingt minutes après la première. Pendant ce temps, qui est employé à découper le rectangle MNQP, la résistance spécifique a un peu augmenté; si ce temps pouvait être réduit à zéro, la seconde mesure, au lieu de donner la valeur R_2 , donnerait une valeur plus faible $R_2 - \eta$. La vraie valeur à introduire dans le calcul de ρ , pour la différence des résistances, est donc $R_2 - R_1 - \eta$. La quantité η n'étant pas toujours négligeable devant $R_2 - R_1$, il faut en tenir compte. Pour cela, on mesure, avant chaque découpage de rectangle, la quantité dont varie, pendant un nombre connu de minutes,

la résistance totale de la couche; on en déduit la quantité η dont elle doit varier pendant la durée du découpage : c'est la correction cherchée.

J'ai toujours pris les différences $R_2 - R_1$, $R_3 - R_2$ assez fortes pour que les corrections à faire n'en fussent qu'une faible fraction. (Cette fraction n'a presque jamais dépassé $\frac{1}{50}$.)

32. *Remarques.* — I. Les mesures de résistance ont été faites sur chaque couche huit jours après sa préparation; voici pourquoi : une couche qui vient d'être préparée subit une modification lente dans les premiers jours qui suivent; elle arrive ensuite à un état stable qu'on peut considérer comme acquis au bout de sept ou huit jours. Ce phénomène avait été déjà observé par Quincke ⁽¹⁾ et M. Meslin ⁽²⁾, lors de leurs études sur les propriétés optiques des lames d'or et d'argent. J'aurai à y revenir plus loin.

II. Dans l'intervalle des mesures de R_1 , R_2 , R_3 , on retire du circuit la lame étudiée pour effectuer le découpage des rectangles; on l'y remet au moment de chaque mesure. Il est important que les électrodes soient, chaque fois, replacées de la même façon, de manière à recouvrir toujours la même portion des extrémités de la couche. Dans ce but, on trace à l'avance, à ces extrémités, des repères qui marquent la position des petites plaques de cuivre servant d'électrodes. Pour s'assurer que cette précaution est suffisante, on fait une mesure de résistance, on retire la lame immédiatement après et on la remet aussitôt; une deuxième mesure de résistance faite à ce moment donne exactement le même résultat que la première.

33. *Marche d'une expérience complète.* — Je résume brièvement la marche des opérations à faire pour déterminer ρ .

(1) QUINCKE, *Pogg. Ann.*, t. CXIX, p. 368; 1863.

(2) MESLIN, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6^e série, t. XX, p. 121; 1890.

La lame est retirée, huit jours après sa préparation, de la boîte où on l'avait enfermée à ce moment. On la porte sur le banc de la machine à diviser et l'on marque les repères qui doivent servir au tracé des bandes et des rectangles.

On fait ensuite le découpage indiqué par la *fig.* 6, n° 3; on marque, aux extrémités, les repères qui doivent fixer la position des électrodes.

On met la lame en circuit et l'on fait une première mesure de R_1 . On retire la lame du circuit; quelques minutes après, on l'y remet et l'on fait une deuxième mesure de R_1 .

On retire la lame; on découpe le premier rectangle MNQP; on la remet en circuit et l'on fait, comme précédemment, une double mesure de R_2 .

On découpe le deuxième rectangle QPTS et l'on fait une double mesure de R_3 .

On mesure enfin les longueurs et les largeurs (l, a, α) avec la machine à diviser.

De toutes ces données, on déduit deux valeurs de ρ qui doivent concorder.

34. *Précision dans la mesure de ρ .* — La concordance des deux valeurs de ρ obtenues pour chaque couche légitime les procédés employés pour les déterminer. L'écart entre ces deux valeurs donne une mesure de la précision des expériences.

Voici les nombres fournis par les couches conservées :

Numéros des couches.	Première valeur de ρ .	Deuxième valeur de ρ .	Différence relative.	Épaisseurs en $\mu\mu$.
p_{14}	2,93	2,75	$\frac{1}{18}$	42
p_{24}	0,965	0,952	$\frac{1}{74}$	52
p_{32}	0,730	0,742	$\frac{1}{61}$	60
p_{50}	0,724	0,704	$\frac{1}{35}$	61
p_{29}	0,618	0,630	$\frac{1}{52}$	70
p_{23}	0,514	0,530	$\frac{1}{32}$	75
p_{31}	0,405	0,388	$\frac{1}{23}$	94
p_{12}	0,316	0,315	$\frac{1}{315}$	106
p_{25}	0,232	0,225	$\frac{1}{32}$	134
s_{39}	7,19	6,96	$\frac{1}{31}$	38
s_3	3,27	3,33	$\frac{1}{55}$	40
s_{17}	2,76	2,88	$\frac{1}{23}$	41
s_5	1,49	1,54	$\frac{1}{30}$	46
s_{31}	0,861	0,895	$\frac{1}{26}$	55
s_{40}	0,851	0,872	$\frac{1}{43}$	55
s_{12}	0,775	0,784	$\frac{1}{86}$	58
s_{41}	0,713	0,724	$\frac{1}{70}$	59
s_{21}	0,570	0,560	$\frac{1}{66}$	68
s_{20}	0,484	0,493	$\frac{1}{54}$	72
s_{29}	0,427	0,436	$\frac{1}{48}$	80
s_{18}	0,369	0,374	$\frac{1}{74}$	94
s_{28}	0,288	0,289	$\frac{1}{288}$	106
s_{26}	0,178	0,185	$\frac{1}{26}$	159
s_{25}	0,173	0,176	$\frac{1}{58}$	167

On voit que, en général, l'écart relatif des deux valeurs de ρ est inférieur à $\frac{1}{25}$; on peut admettre que la moyenne est exacte à $\frac{1}{50}$. C'est une précision assez grande pour ce genre de mesures si l'on considère le grand nombre de déterminations distinctes nécessaires pour calculer ρ . D'autre part, si homogènes que soient les couches, leurs irrégularités sont de l'ordre du $\mu\mu$. Or $1^{\mu\mu}$ est $\frac{1}{160}$ de la plus grande des épaisseurs des couches précédentes et $\frac{1}{38}$ de la plus faible; on voit l'influence que peuvent avoir des aspérités de $1^{\mu\mu}$ ou $2^{\mu\mu}$.

Je n'ai pas tenu compte des variations de température

au cours des expériences faites sur une même lame, leurs effets étant négligeables au degré de précision des résultats.

CHAPITRE III.

MESURE DES ÉPAISSEURS.

I. — Généralités.

35. *Deux types de méthodes pour mesurer l'épaisseur d'une lame mince.* — Les méthodes que l'on peut employer pour mesurer l'épaisseur d'une lame mince sont de deux sortes : 1^o méthode des pesées; 2^o méthodes optiques.

La méthode des pesées employée par divers expérimentateurs, parmi lesquels je citerai M. Meslin (¹), consiste en ceci : la lame mince étant portée, par exemple, par une lame de verre, on pèse celle-ci d'abord recouverte de la lame mince, puis dénudée partiellement, le dépôt ayant été enlevé sur une surface connue. De la différence de ces poids on conclut l'épaisseur cherchée, si l'on connaît la densité. Cette méthode suppose l'épaisseur bien uniforme et n'offre quelque précision que si la surface dénudée est un peu grande. C'est dire qu'elle ne convient pas ici; je ne la cite que pour mémoire.

36. J'ai donc eu recours aux méthodes optiques. Il y en a de diverses sortes. Toutes sont fondées sur un phénomène d'interférence par réflexion ou par transmission. Je me suis arrêté à des méthodes qui utilisent l'interférence de rayons réfléchis, comme c'est le cas, par exemple, des anneaux de Newton ordinaires à centre noir.

Ces méthodes supposent que l'on connaisse le changement de phase des vibrations lumineuses par réflexion sur les deux faces de la lame mince.

37. *Cas des corps transparents.* — Le changement de

(¹) MESLIN, *Annales de Chimie et de Physique*, t. XX; 1890.

phase produit par la réflexion à la surface de séparation de deux milieux n'est connu avec certitude que dans le cas des corps *transparents*, et encore si l'on a soin d'opérer au voisinage de l'incidence normale. Il est alors égal à 0° ou à π ; à 0° si l'indice du second milieu est inférieur à celui du premier, et à π dans le cas contraire. (Ce dernier cas est, par exemple, celui d'un faisceau lumineux cheminant dans l'air et renvoyé normalement par la surface d'une plaque de verre.)

38. *Cas des métaux.* — Si la réflexion se produit à la surface d'une plaque métallique polie, le changement de phase n'est ni 0° ni π . Bornons-nous au cas de l'incidence normale. Même dans ce cas, le changement de phase n'est pas très bien déterminé et semble varier considérablement avec l'état de la surface. Il y a plus : le signe même du changement de phase par réflexion métallique n'est pas certain. Pour la plupart des auteurs, Drude ⁽¹⁾ et Kath ⁽²⁾ par exemple, ce changement de phase est une avance; pour M. Wiener ⁽³⁾, c'est un retard; pour M. Wernicke ⁽⁴⁾, c'est tantôt une avance, tantôt un retard.

Cette question de signe, d'ailleurs, fût-elle tranchée, il faudrait remarquer que la plupart des méthodes employées pour mesurer ce changement de phase supposent que l'on utilise des lames métalliques minces et que l'on ait pu, par une méthode indirecte, mesurer leur épaisseur.

Il y a cependant des méthodes directes. L'une des plus récentes et des meilleures est celle de Kath (*loc. cit.*); mais cette méthode, comme les autres, ne donne qu'une approximation grossière. Si l'on se servait des résultats qu'elle fournit, pour mesurer l'épaisseur d'une lame métallique mince, l'erreur sur cette épaisseur pourrait atteindre $\frac{1}{20}$ de longueur d'onde, c'est-à-dire près de 30μ ;

(¹) DRUDE, *Wied. Ann.*, t. LI, p. 77; 1894.

(²) KATH, *Wied. Ann.*, t. LXII, p. 328; 1897.

(³) WIENER, *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 629; 1887.

(⁴) WERNICKE, *Wied. Ann.*, t. LI, p. 448; 1894.

c'est l'ordre de grandeur des plus minces couches que j'ai étudiées.

Bref, nous sommes obligés de conclure qu'il n'y a pas de bonne méthode optique directe pour mesurer l'épaisseur d'une couche métallique mince; il faut donc tourner la difficulté. On y a réussi jusqu'ici dans un seul cas : celui des couches d'argent.

39. *Cas de l'argent.* — La mesure de l'épaisseur d'une lame mince d'argent se ramène à la mesure de l'épaisseur d'une lame mince transparente. C'est *Fizeau* ⁽¹⁾ qui a eu la première idée de cet artifice. Il consiste à soumettre la couche d'argent à l'action de la vapeur d'iode. L'argent est transformé en iodure d'argent, corps *transparent*. C'est l'épaisseur d de l'iodure que l'on mesure directement; on en déduit l'épaisseur ε de l'argent par une formule qu'il est facile d'établir.

La transformation n'altérant ni la longueur, ni la largeur de la couche, le rapport des épaisseurs d et ε est égal au rapport des volumes de l'iodure d'argent formé et de l'argent qui lui a donné naissance. Si donc nous appelons

Ag et δ ... le poids proportionnel et la densité de l'argent ⁽²⁾
AgI et δ' ... les mêmes quantités pour l'iodure d'argent,

nous aurons

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{\delta'}{\delta} \cdot \frac{Ag}{AgI}.$$

En adoptant, comme Wiener (*loc. cit.*), les données numériques suivantes :

$$Ag = 108; \quad \delta = 10,62; \quad AgI = 235; \quad \delta' = 5,712,$$

la formule précédente devient

$$(1) \quad \varepsilon = 0,247 d.$$

⁽¹⁾ FIZEAU, *Comptes rendus*, t. LII, p. 274; 1861.

⁽²⁾ On suppose ici aux couches minces la même densité qu'au corps pris en masse. Voir plus loin, n° 77, ce que je dis sur ce point.

La transformation en iodure résout donc le problème de la mesure de l'épaisseur dans le cas de l'argent. Cette transformation n'est pas la seule que l'on puisse employer. Wiener a utilisé aussi la transformation en sulfure ⁽¹⁾; une formule analogue à la précédente relie entre elles les épaisseurs correspondantes d'argent et de sulfure. L'emploi du sulfure étant moins commode que celui de l'iodure, je me suis servi partout de la transformation en iodure.

40. Le problème est donc ramené à celui-ci : déterminer l'épaisseur d d'une lame mince d'iodure d'argent portée par une plaque de verre. Trois méthodes peuvent être employées. Dans la première, due à Fizeau (*loc. cit.*), on détermine l'épaisseur d'air équivalente optiquement à celle d'iodure que l'on veut mesurer; dans la deuxième, due à Wernicke ⁽²⁾, on fait tomber un faisceau de lumière blanche normalement sur la lame d'iodure et l'on analyse au spectroscope la lumière réfléchie. On obtient un spectre cannelé; de la position des franges on déduit l'épaisseur cherchée. Ces deux méthodes supposent connu l'indice de réfraction de l'iodure d'argent.

Dans la troisième méthode, employée par Wiener, la connaissance de cet indice est inutile ou du moins n'intervient que dans un terme de correction, ce qui est très avantageux; l'épaisseur de la lame d'iodure est obtenue par la différence des épaisseurs de deux lames minces d'air.

De ces trois méthodes ⁽³⁾, je n'ai retenu que la première et la troisième, en les modifiant de la manière

(¹) Le sulfure n'est transparent que sous une très petite épaisseur. Mais au point de vue de la perte de phase par réflexion il se comporte, au voisinage de l'incidence normale, comme les corps transparents ordinaires.

(²) WERNICKE, *Pogg. Ann.*, Ergbd. VIII, p. 68; 1877.

(³) Quincke en a indiqué une quatrième dont je ne parle pas parce qu'elle est trop peu précise.

que je vais indiquer. J'ai dû rejeter la deuxième (méthode de Wernicke); elle ne peut s'appliquer qu'aux lames dont l'épaisseur est supérieure à une certaine limite; l'épaisseur de la plupart de celles que j'avais à étudier était inférieure à cette limite.

II. — Méthode applicable seulement aux très petites épaisseurs.

41. La méthode que je vais décrire a été indiquée, sous la forme même où je l'emploie, par M. Meslin (¹). Elle a pour point de départ la méthode de Fizeau dont j'ai parlé plus haut.

En un point de la couche d'argent, tout près de la région où l'on veut mesurer l'épaisseur, on dépose un grain d'iode. Sous l'influence de ses émanations, on voit se développer des anneaux colorés dus à l'iodure d'argent formé; ces anneaux s'élargissent rapidement. Au bout de quelques instants, la région occupée par le grain d'iode et une plage d'une certaine étendue autour de lui sont devenues tout à fait transparentes; cela indique que la transformation en iodure y est complète. Quand cette plage transparente a envahi toute la région à étudier, on fait tomber le grain d'iode. Sur la plaque se trouve alors une plage centrale uniquement formée d'iodure d'argent; elle présente en lumière réfléchie une coloration due à sa faible épaisseur, et cette coloration est uniforme si l'épaisseur l'est elle-même. La transformation en iodure, autour de cette plage, n'est que partielle; l'épaisseur de l'iodure décroît à partir de là jusqu'aux points éloignés, où elle est nulle, les vapeurs d'iode ne les ayant pas atteints; c'est à cette décroissance de l'épaisseur que sont dus les anneaux colorés qui entourent la plage centrale.

C'est l'épaisseur d de la plage centrale qu'il s'agit de

(¹) MESLIN, *Ann. de Ch. et de Phys.* [6], t. XX, p. 89 et suivantes; 1890.

mesurer; ou la déduit de la coloration que présente cette plage, lorsqu'on l'examine par réflexion sous l'incidence normale. On se sert pour cela de la table des couleurs présentées par les anneaux de Newton en lumière réfléchie. Ce sont bien les anneaux de Newton à centre noir qu'il faut choisir, puisque l'indice de l'iodure d'argent (2,2 environ) est supérieur à ceux de l'air et du verre entre lesquels la lame mince est ici comprise.

Si l'on appelle e l'épaisseur d'air, lue dans la Table de Newton, qui correspond à la coloration observée pour l'épaisseur d d'iodure, et n l'indice moyen de l'iodure, on a

$$d = \frac{e}{n}.$$

Le point délicat est d'apprécier exactement cette coloration et de ne pas se tromper sur *l'ordre* d'interférence auquel elle correspond. On se sert, pour éviter toute erreur, de la succession des couleurs que présentent les anneaux qui entourent la plage centrale.

Ici se place une remarque très importante faite par M. Meslin : si l'on examine par réflexion les anneaux d'iodure, on remarque qu'à partir des points éloignés de la plage centrale jusqu'à celle-ci, c'est-à-dire dans le sens des épaisseurs croissantes d'iodure, les couleurs se succèdent comme celles des anneaux de Newton à centre blanc (anneaux transmis). Tout se passe comme si la lumière, en se réfléchissant dans l'iodure sur la couche d'argent sous-jacente, éprouvait une *perte de phase* égale à π . Nous avons vu qu'au contraire la perte de phase dans l'iodure sur le verre est nulle, et qu'ainsi la coloration de la plage qui repose directement sur le verre doit être cherchée dans le Tableau relatif aux anneaux de Newton à centre noir. Sur le contour de la plage centrale, là où l'épaisseur de l'argent, sans être tout à fait nulle, est extrêmement faible, on observe un étroit liséré dont la coloration n'appartient à aucune des deux séries d'interférences à centre blanc et

à centre noir. Elle forme la transition entre les couleurs des deux séries qui correspondent à une même épaisseur d'iodure très voisine de celle de la plage centrale.

42. Ces remarques faites, on conçoit facilement comment on procède à la mesure de l'épaisseur d que l'on a en vue. Je vais préciser sur un exemple; je reproduis pour cela le double Tableau des interférences de Newton, tel qu'il a été dressé par Quincke d'après Brucke et Wertheim ⁽¹⁾.

Couleurs des anneaux de Newton donnés par une lame mince d'air, d'épaisseur variable, sous l'incidence normale.

Épaisseurs

d'air

e en $\mu\mu$.

Anneaux réfléchis.

Anneaux transmis.

Premier ordre.

0...	Noir.	Blanc.
20...	Gris de fer.	Blanc.
48...	Gris lavande.	Blanc jaunâtre.
79...	Bleu gris.	Blanc brunâtre.
109...	Gris plus clair.	Brun jaune.
117...	Blanc légèrement verdâtre.	Brun.
129...	Blanc presque pur.	Rouge clair.
133...	Blanc jaunâtre.	Rouge carmin.
137...	Jaune paille pâle.	Brun rouge sombre.
140...	Jaune paille.	Violet sombre.
153...	Jaune clair.	Indigo.
166...	Jaune vif.	Bleu.
215...	Jaune brun.	Bleu gris.
252...	Orangé rougeâtre.	Vert bleuâtre.
268...	Rouge chaud.	Vert pâle.
275...	Rouge plus foncé.	Vert jaunâtre.

⁽¹⁾ QUINCKE, *Pogg. Ann.* Bd. CXXIX, p. 180.

Épaisseurs
d'air

e en μ .

Anneaux réfléchis.

Anneaux transmis.

Deuxième ordre.

282...	Pourpre.	Vert plus clair.
287...	Violet.	Jaune verdâtre.
294...	Indigo.	Jaune d'or.
332...	Bleu de ciel.	Orangé.
364...	Bleu verdâtre.	Orangé brunâtre.
374...	Vert.	Rouge carmin clair.
413...	Vert plus clair.	Pourpre.
421...	Vert jaunâtre.	Pourpre violacé.
433...	Jaune verdâtre.	Violet.
455...	Jaune pur.	Indigo.
474...	Orangé.	Bleu sombre.
499...	Orangé rougeâtre vif.	Bleu verdâtre.
550...	Rouge violacé foncé.	Vert.

Troisième ordre.

564...	Violet bleuâtre clair.	Vert jaunâtre.
575...	Indigo.	Jaune sale.
629...	Bleu (teinte verdâtre).	Couleur chair.
667...	Vert de mer.	Rouge brun.
688...	Vert brillant.	Violet.
713...	Jaune verdâtre.	Bleu violacé grisâtre.
747...	Rouge rose (nuance chair).	Bleu verdâtre.
767...	Rouge carmin.	Beau vert.
810...	Carmin pourpré.	Vert terne.
826...	Gris violacé.	Vert jaunâtre.

43. Voici maintenant l'exemple annoncé; il se rapporte à l'une des lames que j'ai étudiées.

Couche S₅.

Couleurs des anneaux en com- mençant par le plus éloigné de la plage centrale.....	Blanc.
	Blanc brunâtre.
	Brun.
	Rouge clair.
	Carmin.
	Violet sombre.
	Indigo.
	Bleu.
	Blanc bleuâtre.
	Jaune d'or.
	Carmin.
Couleur de la plage centrale...	Pourpre.
	Étroit liseré gris bleu.
Vert jaunâtre.	

Les couleurs des anneaux se succèdent bien comme pour les anneaux de Newton à centre blanc. Si l'on se reporte au Tableau et qu'on suive la colonne des anneaux transmis jusqu'au pourpre, puis qu'on passe à la colonne des anneaux réfléchis, on trouve bien, dans la ligne suivante, le vert jaunâtre, couleur de la plage centrale de notre lame d'iodure. Le liseré gris bleu correspond à la transition entre les deux séries d'interférences complémentaires.

Nous devons donc admettre que l'épaisseur d'air e , optiquement équivalente à notre épaisseur d'iodure, est 421^{μ} , nombre inscrit dans le Tableau en regard du vert jaunâtre.

En prenant comme indice de l'iodure la valeur 2,25 qui correspond aux radiations moyennes du spectre, on a

$$d = \frac{e}{2,25}$$

et

$$\varepsilon = \frac{e}{2,25} \times 0,247 = \text{approximativement } 46^{\mu}.$$

44. REMARQUE. — Les colorations précédentes sont observées sous une incidence à peu près normale, la face

argentée et iodurée tournée vers l'œil. Si l'on retourne la lame, de manière à observer les interférences par réflexion au travers de la plaque de glace, on aperçoit la plage centrale colorée comme précédemment; on aperçoit en outre quelques-uns des anneaux de l'iodure au travers de la couche d'argent qui les sépare du verre (les anneaux un peu éloignés ne sont évidemment pas visibles à cause de l'opacité de l'argent). On constate alors que ces anneaux présentent, à partir de la plage centrale, la suite des couleurs qui précèdent immédiatement celle de cette plage, dans le Tableau des interférences à centre noir de Newton (¹). Il n'y a donc pas ici la discontinuité qui se présentait dans le cas précédent. Cette circonstance est très favorable à la détermination précise de la coloration de la plage centrale. Voici, par exemple, la suite observée dans ces conditions pour la couche précédente S_8 :

Plage centrale.....	Vert jaunâtre.
En-s'en écartant progressivement.....	Vert clair.
	Bleu verdâtre.
	Bleu.
	Indigo.
	Violet.
	

45. Telle que nous venons de la décrire, la méthode précédente comporte une grande sensibilité, tant que l'épaisseur de l'argent ne dépasse pas 60μ à 70μ . Au delà de 70μ , les colorations deviennent plus ternes, partant, plus difficiles à apprécier. En outre, les colorations observées ne correspondent plus exactement à celles du Tableau de Newton. Cela tient à la dispersion de l'iodure d'argent, laquelle intervient d'une façon notable à partir des interférences du troisième ordre : on ne peut plus alors obtenir que des évaluations grossières. Même, quand les

(¹) Cela a lieu du moins pour toutes les couches dont l'épaisseur totale dépasse 25μ .

couches sont très épaisses, il faut opérer en lumière monochromatique et, à l'exemple de Fizeau, compter le nombre d'anneaux noirs qui entourent la plage centrale. La valeur de e n'est connue, dans ce cas, qu'à $\frac{\lambda}{4}$ près; celle de d ne l'est donc qu'à $\frac{\lambda}{4n}$ près, et celle de ϵ à $\frac{\lambda}{4n} \times 0,247$ c'est-à-dire 16^{μ} près, si la lumière monochromatique employée est celle d'une flamme à sodium.

En résumé, la méthode qui précède, à laquelle je conserverai, pour abrégé le langage, le nom de *méthode de Fizeau*, fournit de bons résultats pour les couches dont l'épaisseur ne dépasse pas 70^{μ} environ. Pour les épaisseurs plus grandes, elle ne donne rien de précis mais elle fournit deux limites entre lesquelles l'épaisseur est sûrement comprise. Je montrerai comment on peut utiliser cette indication en vue de mesures exactes.

La méthode que je vais décrire maintenant est précise et générale. Le principe en est dû à *Wiener*. Cette méthode et celle de Fizeau se contrôlent mutuellement aux petites épaisseurs.

III. — Méthode applicable à toutes les épaisseurs.

46. *Principe de la méthode de Wiener* (1). — La couche d'argent étant complètement transformée en iodure, on trace une ligne droite dans la région qu'on veut étudier; on enlève l'iodure d'un côté de cette ligne de façon à bien dénuder le verre et à limiter l'iodure restant par un bord net. Sur la lame ainsi préparée, on pose une lame de glace que l'on maintient appliquée contre la précédente de manière à déterminer entre les deux lames une couche mince d'air qui éprouve une brusque discontinuité d'épaisseur sur le bord de l'iodure.

(1) WIENER, *Wied. Ann.*, t. XXXI; 1887.

Si l'on examine le système par réflexion, à la lumière jaune du sodium, on aperçoit les franges d'interférence dues à la mince couche d'air, brusquement déplacées sur le bord de l'iodure. Comme la perte de phase par réflexion dans l'air est la même sur le verre et sur l'iodure, le déplacement des franges résulte uniquement de la discontinuité d'épaisseur de la couche d'air et peut servir à la mesurer; le nombre qu'on obtiendra est précisément l'épaisseur cherchée de l'iodure.

47. Pour procéder à la mesure, Wiener substitue la lumière blanche à celle du sodium et opère sous l'incidence normale. Le système des deux lames est placé tout près de la fente d'un spectroscope, la lame iodurée située derrière l'autre et de manière que le bord de l'iodure soit perpendiculaire à la direction de la fente. Le dispositif est très semblable à celui qu'avait employé Wernicke pour ses analyses spectrales d'interférences. Le collimateur porte une glace inclinée à 45° sur l'axe du tube; la lumière arrive par une ouverture latérale, est renvoyée par cette glace au travers de la fente sur le système des deux lames, s'y réfléchit normalement, rentre dans le collimateur, traverse la glace, puis la lentille collimatrice et ensuite les prismes, et est reçue dans la lunette où l'on examine le spectre cannelé formé.

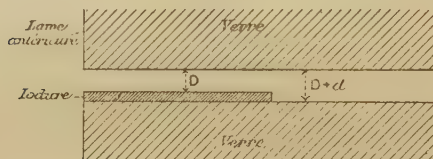
En réglant convenablement la hauteur du système des lames, on voit dans le spectre deux parties séparées par une ligne horizontale nette qui correspond au bord de l'iodure et deux systèmes de franges séparés par cette ligne et déplacés l'un par rapport à l'autre. L'un des systèmes est dû à la couche d'air la plus épaisse, l'autre à la plus mince qui est comprise entre la glace antérieure et la lamelle d'iodure. En modifiant le serrage des lames l'une contre l'autre, on amène facilement les franges à être perpendiculaires à la ligne de coupure.

48. Appelons :

d , l'épaisseur de l'iodure au voisinage de la ligne de coupe ;

D et $D + d$, les épaisseurs de la couche mince d'air de part et d'autre de ce bord (fig. 9) ;

Fig. 9.



$p, p + 1, p + 2, \dots$ les numéros d'ordre des franges ;

$\lambda_p, \lambda_{p+1}, \lambda_{p+2}, \dots$ les longueurs d'onde des franges noires dues à la couche d'air la plus épaisse ($D + d$) ;

$\lambda'_p, \lambda'_{p+1}, \lambda'_{p+2}, \dots$ les longueurs d'onde des franges noires dues à la couche d'air la plus mince (D).

On a

$$1^{\text{er}} \text{ système. } 2(D + d) = p\lambda_p = (p+1)\lambda_{p+1} = (p+2)\lambda_{p+2} = \dots$$

$$2^{\text{e}} \text{ système. } 2D = p\lambda'_p = (p+1)\lambda'_{p+1} = \dots$$

Wiener pointe toutes les franges du premier système, en conclut les valeurs des λ et des p , et prend, comme valeur de $2(D + d)$, la moyenne de tous les produits $(p + q)\lambda_{p+q}$. Le pointé des franges du second système lui fournit de même la valeur de $2D$. Par différence, il obtient $2d$.

49. Appliquée de cette façon, la méthode de Wiener présente plusieurs inconvénients. En premier lieu, la lumière réfléchie par les lames et analysée par le spectroscope ne provient pas uniquement des rayons qui ont pris part aux interférences : elle contient aussi ceux qui se sont réfléchis sur la face antérieure de la première lame de verre et ceux qu'a renvoyés la face postérieure de la

deuxième. Les franges sont donc noyées de lumière parasite. Pour remédier à cet inconvénient, il est nécessaire d'opérer sous une incidence oblique. En second lieu, le calcul des numéros d'ordre ne donne pas des résultats certains. Le numéro d'ordre p d'une frange donnée est un nombre entier; pour l'obtenir, on détermine la longueur d'onde λ_p de cette frange et celle λ_{p+q} d'une autre frange située q rangs plus loin; on a

$$(1) \quad p = q \frac{\lambda_{p+q}}{\lambda_p - \lambda_{p+q}}.$$

λ_p et λ_{p+q} sont déterminés d'après les pointés, si l'on a eu soin, auparavant, de *graduer le spectroscopie en longueurs d'onde*. Comme les pointés sont toujours affectés d'erreurs, le nombre p fourni par la formule (1) est, en général, un nombre fractionnaire; on adopte, pour vraie valeur, le nombre entier le plus voisin. Ce procédé serait correct si l'erreur sur p était certainement inférieure à une demi-unité; p serait alors connu avec certitude. Malheureusement il n'en est pas ainsi, et l'incertitude sur p , à cause des difficultés des pointés, peut dépasser une unité, même pour des valeurs de p assez faibles.

Cette difficulté peut être tournée, comme l'a montré M. S. Bloch (1) dans le cas où les couches sont suffisamment épaisses. Il arrive alors, en plusieurs régions du spectre, qu'une frange d'un système prolonge exactement une frange de l'autre (on dit qu'en ces régions il y a *coïncidence*). Connaissant les longueurs d'onde des franges relatives à deux coïncidences successives, il est facile de déduire avec précision l'épaisseur de la lamelle à mesurer. Je n'insiste pas sur ce point; car aucune des couches que j'ai étudiées ne s'est trouvée assez épaisse pour fournir plus d'une coïncidence dans tout le spectre.

(1) S. BLOCH, Thèse, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7^e série, t. XII; 1897.

50. *Modification apportée à la méthode de Wiener.*

— Voici comment j'ai modifié le dispositif de Wiener, tout en conservant le principe de sa méthode.

Je reprends les notations indiquées précédemment. Soient deux franges consécutives du premier système (couche d'air d'épaisseur $D + d$), p et $p + 1$ leurs numéros d'ordre, λ_p et λ_{p+1} leurs longueurs d'onde (*fig. 10*).

Fig. 10.



Soit, en outre, $p - q$ l'ordre de la frange du deuxième système (couche d'air d'épaisseur D) dont la longueur d'onde λ'_{p-q} est comprise entre λ_p et λ_{p+1} . Supposons enfin que l'on opère sous l'incidence α . On a

$$2(D + d) \cos \alpha = p \lambda_p = (p + 1) \lambda_{p+1},$$

$$2D \cos \alpha = (p - q) \lambda'_{p-q},$$

d'où

$$(1) \quad 2d \cos \alpha = p \lambda_p - (p - q) \lambda'_{p-q} = q \lambda'_{p-q} + p(\lambda_p - \lambda'_{p-q}).$$

Nous allons évaluer λ'_{p-q} en fonction de λ_p .

Supposons que les franges soient assez serrées pour que p soit grand (au moins 150, au voisinage de la raie D) et qu'on pointe ces franges avec une lunette munie d'un oculaire micrométrique. Appelons δ le nombre de divisions dont il faut tourner le tambour du micromètre pour passer de la frange λ_p à la frange λ_{p+1} ; soit x la distance, évaluée de même en divisions du tambour, qui sépare les franges λ_p et λ'_{p-q} .

Les franges étant serrées, on peut admettre que l'on a

$$\frac{x}{\delta} = \frac{\lambda_p - \lambda'_{p-q}}{\lambda_p - \lambda_{p+1}}.$$

Cela revient à assimiler à une droite la courbe de graduation du spectroscopie entre les franges λ_p et λ_{p+1} .

De cette formule, on tire

$$\lambda_p - \lambda'_{p-q} = \frac{x}{\delta} (\lambda_p - \lambda_{p+1})$$

et

$$\lambda'_{p-q} = \lambda_p - \frac{x}{\delta} (\lambda_p - \lambda_{p+1}).$$

Or, on a aussi

$$p \lambda_p = (p + 1) \lambda_{p+1},$$

ou bien

$$(1') \quad \lambda_p - \lambda_{p+1} = \frac{\lambda_p}{p + 1}$$

et, par suite,

$$\lambda'_{p-q} = \lambda_p \left(1 - \frac{x}{\delta} \frac{1}{p + 1} \right).$$

La formule (1) peut donc s'écrire

$$(2) \quad 2d \cos \alpha = \lambda_p \left(q + \frac{p-q}{p+1} \frac{x}{\delta} \right).$$

Pour connaître d , il suffira de mesurer λ_p , q , $\frac{p-q}{p+1}$, x , δ , α . Je parlerai des mesures de x , δ , α après avoir décrit les appareils. J'indique tout de suite comment on détermine λ_p , q , $\frac{p-q}{p+1}$.

51. *Détermination de λ_p .* — Wiener effectuait ses mesures dans toute l'étendue du spectre. J'ai préféré les faire toujours dans la même région. J'ai choisi le voisinage de la raie D; on en verra plus loin la raison.

On repère la position de la raie D et l'on choisit comme frange λ_p celle qui en est la plus voisine. On prend alors comme valeur de λ_p , dans la formule fondamentale (2), la longueur d'onde 589^{mμ} de la raie D elle-même. L'erreur absolue commise ainsi est évidemment moindre que la demi-différence $\frac{1}{2} (\lambda_p - \lambda_{p+1})$ des longueurs d'onde de deux franges consécutives. L'erreur relative est donc inférieure

à $\frac{\lambda_p - \lambda_{p+1}}{2\lambda_p}$, c'est-à-dire, en vertu de la formule (1'), à $\frac{1}{2(p+1)}$. Or, j'ai toujours pris les franges assez serrées pour que p fût au moins égal à 150; l'erreur relative sur λ_p a donc toujours été moindre que $\frac{1}{300}$, approximation bien suffisante. Ce procédé a, comme on le voit, l'avantage de supprimer toute mesure de longueur d'onde.

52. *Détermination de q .* — La quantité q est un nombre entier. Il désigne le nombre d'intervalles de franges qui, ajouté à la fraction $\frac{x}{\delta}$, représente le déplacement l'une par rapport à l'autre des deux franges ayant le même ordre $p - q$ dans les deux systèmes. Ce nombre entier q est d'autant plus grand que la différence d'épaisseur des deux lames minces d'air, c'est-à-dire l'épaisseur d de l'iodure, est plus grande.

Imaginons qu'on possède un moyen quelconque de faire croître graduellement, à partir de zéro, l'épaisseur de l'iodure. Au début, quand d sera nul, il n'y aura pas de coupure dans le spectre; les franges seront continues. Quand d prendra une valeur différente de zéro, mais encore très petite, on verra le spectre se couper en deux parties superposées et les deux systèmes de franges se produire; celles du deuxième système seront légèrement déplacées vers le violet par rapport à celles du premier, restées fixes. A ce moment, q sera nul et x très petit. Puis, d augmentant, le *décalage* augmentera, les franges du deuxième système marchant toujours vers le violet et leurs intervalles s'élargissant en même temps. L'épaisseur d continuant à croître, on verra, dans l'extrême violet, la dernière frange visible du système mobile venir dans le prolongement de la dernière du système fixe : il y aura *coïncidence*. Pour cette frange, on aura $q = 1$ et $x = 0$. Pour toutes les autres, q sera nul et x plus ou moins

voisin de δ , le rapport $\frac{x}{\delta}$ augmentant du rouge au violet. Enfin, d croissant toujours, le mouvement du système mobile continuera dans le même sens et *la coïncidence marchera* en sens inverse, vers le rouge; à chaque instant, q sera égal à 0 pour toutes les franges situées entre l'extrême rouge et la région où se produit la coïncidence, et à 1 pour toutes les franges situées au delà, du côté du violet. La coïncidence atteindra bientôt l'extrême rouge et disparaîtra; puis on verra apparaître une deuxième coïncidence qui se déplacera de même du violet au rouge. A chacune de ses positions, pour les franges situées entre elle et la limite extrême du rouge, q sera égal à 1; pour toutes les autres, sa valeur sera 2. Et ainsi de suite.

53. Il est facile de calculer, pour chaque valeur de d , quelle doit être la position de la coïncidence dans le spectre.

Cherchons, en particulier, les valeurs de d pour lesquelles la coïncidence a lieu justement sur la raie D; elles seront fournies par la formule

$$2d \cos \alpha = q \times 589,$$

où nous donnerons à q successivement les valeurs 1, 2, ...

Pour simplifier, remplaçons $\cos \alpha$ par 1 (dans le cas de mes expériences, α n'a jamais dépassé 12° , et $\cos 12^\circ = 0,98$); nous aurons

$$\begin{aligned} 2d &= q \times 589, \\ d &= q \frac{589}{2}, \end{aligned}$$

ce qui donne : pour $q = 1$, $d = 295^{\mu\mu}$; pour $q = 2$, $d = 589^{\mu\mu}$, ...

54. Cela posé, soit à déterminer la valeur de q , au voisinage de la raie D, pour une lame d'iodure d'épaisseur inconnue. D'après ce qui précède, q sera égal à 0 si l'on a $0 < d < 295^{\mu\mu}$; à 1, si $295^{\mu\mu} < d < 589^{\mu\mu}$, etc. Pour avoir

q sans ambiguïté, il suffira donc de connaître, avant la mesure précise, une valeur très grossière de d . Dans le cas des lames d'argent que j'ai étudiées, j'obtenais cette valeur grossière de d en faisant une mesure approximative de l'épaisseur par la méthode de Fizeau précédemment décrite. On a vu que cette méthode, dans les cas les plus défavorables, fournit la valeur de d à $\frac{\lambda}{4n}$ près, c'est-à-dire à $\frac{\lambda}{8}$ près environ, alors qu'il suffit largement pour déterminer q de la connaître à $\frac{\lambda}{4}$ près. On était donc assuré de toujours connaître q exactement.

55. *Détermination de $\frac{p-q}{p+1}$.* — Dans toutes mes mesures, q n'a jamais dépassé 2. La fraction $\frac{p-q}{p+1}$ s'est donc toujours trouvée voisine de 1 puisque p était grand.

Pour calculer cette fraction, il faut connaître p ; mais une erreur sur p , et une erreur notable, a peu d'influence sur $\frac{p-q}{p+1}$.

Plaçons-nous, en effet, dans le cas où cette différence est le plus grande, celui où q a sa valeur maxima, 2. Donnons à p un accroissement π , l'accroissement de $\frac{p-q}{p+1}$ sera

$$\Delta\left(\frac{p-2}{p+1}\right) = \frac{\pi+p-2}{\pi+p+1} - \frac{p-2}{p+1} = \frac{3\pi}{(p+1)(\pi+p+1)},$$

d'où

$$\left|\Delta\left(\frac{p-2}{p+1}\right)\right| < \left|\frac{3\pi}{p(p-\pi)}\right|.$$

Supposons p connu à $\frac{1}{5}$ près de sa valeur vraie seulement, c'est-à-dire $\pi = \pm \frac{1}{5}p$, nous aurons

$$\left|\Delta\left(\frac{p-2}{p+1}\right)\right| < \frac{3}{4p} < \frac{1}{200},$$

puisque j'ai toujours pris p supérieur à 150. Cette erreur relative, $\frac{1}{200}$, est tout à fait négligeable car la fraction $\frac{p-q}{p+1}$ est le coefficient de $\frac{x}{\delta}$, quantité qu'on est loin de mesurer à $\frac{1}{200}$ près.

Il suffit donc de calculer p à $\frac{1}{5}$ près de sa valeur. Le calcul se fait immédiatement quand on a mesuré δ . Cette dernière quantité représente la distance, évaluée en divisions du tambour, qui sépare les deux franges consécutives λ_p et λ_{p+1} . Le spectre ayant été gradué en longueurs d'onde, on a déterminé une fois pour toutes, d'après la courbe de graduation, la valeur en longueur d'onde d'une division du tambour au voisinage de la raie D. La valeur de δ fait donc connaître la différence $\lambda_p - \lambda_{p+1}$. La valeur de p s'en déduit immédiatement. On a

$$p\lambda_p = (p+1)\lambda_{p+1},$$

$$p+1 = \frac{\lambda_p}{\lambda_p - \lambda_{p+1}} = \frac{589}{\lambda_p - \lambda_{p+1}}.$$

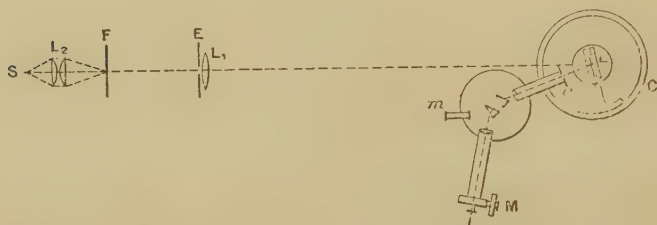
p est donné par cette formule avec une approximation bien supérieure à celle qui est nécessaire.

56. *Description de l'appareil. Réglages.* — La fig. 11 représente une projection horizontale de l'appareil que j'ai employé.

Au centre de la plate-forme d'un cercle divisé C est fixé un support à réseaux dans la rainure duquel est engagée une plaque de glace verticale que l'on règle normalement au plan du limbe. Derrière cette plaque, on place la lame iodurée que l'on maintient appliquée contre la précédente à l'aide de pinces à ressort. La lame iodurée est disposée de telle sorte que la ligne de coupure qui limite la partie dénudée soit horizontale et qu'elle reste toujours à la même hauteur quand on fait glisser la première glace dans la rainure du support. Ce support (non

visible sur la figure) est d'ailleurs fixé de façon que l'axe de rotation de la plate-forme soit contenu dans le plan de la couche mince d'air comprise entre les deux lames. Une lentille achromatique L_1 , de 30^{cm} de foyer environ, projette horizontalement sur la couche d'iodure l'image réelle verticale d'une fente F ; cette fente est fortement éclairée par une lampe oxhydrique S dont la lumière est concentrée sur elle par un système de lentilles

Fig. 11.



L_2 . La lentille L_1 et la fente F doivent être placées de telle sorte que l'image de celle-ci sur l'iodure, supposée prolongée, passe par le centre de la plate-forme du cercle divisé. Cette image réelle de la fente formée sur la lame d'iodure est prise pour fente du spectroscope. A cet effet, le système des lames est incliné d'un petit angle (environ 11°) sur le faisceau incident; le tuyau collimateur dont on a retiré la fente et qu'on a raccourci est placé dans la direction du faisceau réfléchi. Le spectroscope est disposé de manière que la ligne lumineuse qui sert de fente soit juste au foyer de la lentille collimatrice. On y arrive après quelques tâtonnements et, pour vérifier le réglage, on retire les prismes et l'on reçoit dans la lunette, réglée au préalable pour viser à l'infini, le faisceau qui sort du collimateur : on doit voir la ligne lumineuse nettement. Cela fait, on règle les hauteurs de F et L_1 pour amener le plan d'incidence à être parallèle aux plans des limbes du cercle divisé et du spectroscope : réglage facile sur lequel je n'in-

siste pas. On dispose en outre, devant le tuyau collimateur, un écran a percé d'une fente verticale à bords mobiles; la partie pleine de cet écran arrêtera la lumière parasite provenant des réflexions sur les faces extrêmes du système des deux lames; par l'ouverture pénétreront seulement les rayons réfléchis ayant participé à l'interférence.

Quand toutes ces opérations sont terminées, on remet les prismes en place et l'on fixe solidement sur la table, à l'arcanson, les pieds de tous les supports. L'appareil reste réglé indéfiniment.

Le spectroscopie que j'ai employé était un spectroscopie Duboscq à deux prismes, muni d'un micromètre objectif m ; j'avais remplacé l'oculaire de la lunette par un oculaire micrométrique M .

57. *Définition et mesure de l'incidence.* — Afin de bien définir l'incidence, on place devant la lentille L_1 un écran E percé d'un trou circulaire de 2^{cm} de diamètre à peu près. La lentille se trouvant à 1^m environ du centre du cercle divisé C , le demi-angle au sommet du faisceau incident est $\frac{1}{100}$, c'est-à-dire peu supérieur à 30'. L'angle d'incidence α est alors suffisamment défini par sa valeur moyenne; cette valeur est, en effet, voisine de 11° et n'intervient dans les calculs que par son cosinus, dont les variations sont très lentes au voisinage d'un si petit angle.

Pour mesurer l'angle α , quand les lames sont tournées de manière à envoyer le faisceau réfléchi dans le spectroscopie, on note sur le cercle divisé la position de l'alidade qui commande la plate-forme. On tourne ensuite l'alidade de manière à diminuer l'incidence jusqu'à 0. Dans ce mouvement, le faisceau réfléchi tourne aussi et vient rencontrer l'écran E sur lequel il forme une tache lumineuse; cette tache s'approche du trou percé dans l'écran, puis y disparaît; à ce moment, l'incidence est normale. On lit la nouvelle position de l'alidade sur le cercle : la diffé-

rence des deux lectures donne l'angle α cherché. L'erreur a toujours été inférieure à $5'$, et, dans les calculs, j'ai pu prendre $\cos \alpha = 0,98$.

58. *Opérations préliminaires aux mesures.* — L'appareil étant réglé et les diverses parties définitivement fixées, j'ai d'abord gradué le micromètre objectif m en longueurs d'onde. J'ai substitué, pour cela, la lumière du soleil à la source oxhydrique S. La fente F ayant été rendue très étroite, il a été possible de pointer quelques-unes des raies solaires; j'ai construit ensuite à l'aide de ces pointés une courbe de graduation à la manière ordinaire.

J'ai vérifié que, une fois faite, la graduation est restée exacte pendant toute la durée de mes recherches.

59. Il a été cependant nécessaire de repérer à nouveau, au moment de chaque mesure d'épaisseur, la position de la raie D; de faibles déplacements accidentels pouvaient, en effet, la faire varier de plusieurs divisions du micromètre objectif. La lumière solaire était inutile pour cette opération; je me suis servi de la flamme d'un bec à sodium que je plaçais devant la fente F, après avoir masqué la lumière blanche envoyée par la source S. En agissant sur la vis qui commande les mouvements latéraux du micromètre m , j'amenais toujours la même division (60) du micromètre en coïncidence avec la raie D. Après chaque mesure, je vérifiais que sa position n'avait pas changé.

60. *Influence de la lumière réfléchie sur la face postérieure de la lamelle d'iodure.* — Avant de décrire l'ordre et le détail des mesures, je dois indiquer une correction très importante qu'il est nécessaire de faire subir aux nombres fournis par la formule fondamentale (2) du n° 50.

Reportons-nous aux notations employées dans ce paragraphe; la formule en question a été obtenue en partant

des suivantes :

$$\begin{aligned} 2(D + d) \cos \alpha &= p \lambda_p = (p + 1) \lambda_{p+1}, \\ 2D \cos \alpha &= (p - q) \lambda'_{p-q}. \end{aligned}$$

De ces deux formules, la première est rigoureuse, la seconde ne l'est pas. Cette dernière suppose, en effet, que les franges noires de la lame d'air la plus mince (D) résultent uniquement de l'interférence des rayons réfléchis sur les deux faces de la lame d'air. Or, la face postérieure de cette lame d'air n'est autre que la face antérieure de la lamelle d'iodure; une partie des rayons qui y tombent pénètre dans l'iodure et est partiellement réfléchi par la face postérieure de cette lamelle; le faisceau ainsi réfléchi vient modifier les conditions d'interférence des deux faisceaux, seuls considérés primitivement, qui ont été réfléchis par les deux faces de la couche mince d'air.

En résumé, trois faisceaux, et non deux, interviennent par leur interférence pour déterminer les franges du deuxième système; les positions de ces franges dépendent alors, non plus seulement de l'épaisseur D de la couche d'air, mais encore de l'épaisseur d et de l'indice n de la lamelle d'iodure.

Si l'on appelle d' la valeur fournie pour l'épaisseur de l'iodure par la formule (2) rappelée tout à l'heure, on a

$$2d' \cos \alpha = \lambda_p \left(q + \frac{p-q}{p+1} \frac{x}{\delta} \right);$$

il faut faire subir à d' une correction pour en déduire la vraie valeur d que l'on cherche. Posons

$$(3) \quad d' \cos \alpha = d \cos \alpha + h,$$

d'où

$$d = d' - \frac{h}{\cos \alpha};$$

h est précisément la correction à calculer.

Afin de ne pas alourdir l'exposition, je rejette dans une Note ⁽¹⁾ le calcul de cette correction. J'indique ici seulement les résultats.

La valeur de h dépend à la fois de d' et de la longueur d'onde. J'ai fait les calculs seulement pour la longueur d'onde du sodium, mais j'ai montré en même temps comment ils peuvent être appliqués aux autres régions du spectre. J'ai calculé les valeurs de h pour un certain nombre de valeurs de d' ; ces valeurs m'ont servi à construire une courbe dont les abscisses sont les valeurs de $d' \cos \alpha$ (directement fournies par les mesures), et les ordonnées les valeurs correspondantes de h . Cette courbe permet donc, pour chaque valeur mesurée de $d' \cos \alpha$, de déduire la valeur *vraie* correspondante de d .

61. Comme l'indique la formule (3) du numéro précédent, h doit dépendre de l'incidence. Mais, dans toutes mes expériences, $\cos \alpha$ a gardé la même valeur 0,98, α n'ayant pas varié de plus de 30', de part et d'autre de la valeur 11°.

Cela m'a permis de construire une autre courbe de correction déduite de la précédente mais plus commode qu'elle. Je la reproduis ici à une échelle restreinte (*fig. 12*).

Les ordonnées sont les valeurs de $q + \frac{p-q}{p+1} \frac{x}{\delta}$, telles que les mesures les fournissent directement (toujours au voisinage de la raie D); les abscisses sont les valeurs *vraies* des épaisseurs d'argent correspondantes.

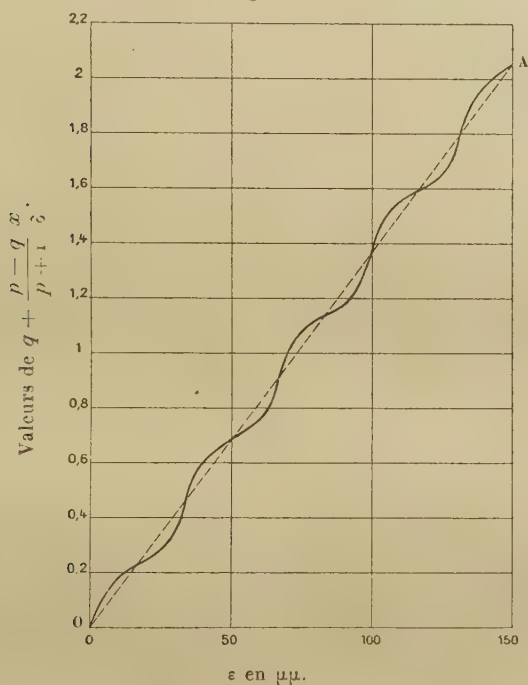
Cette courbe ondule autour d'une droite OA, et se réduirait à cette droite si l'on ne tenait pas compte du troisième faisceau interférent. Son aspect montre l'importance de la correction; l'écart maximum entre la courbe et la

(¹) Voir la Note à la fin de ce Mémoire, p. 99 — Drude (*Wied. Ann.*, t. LI) et Wiener (*Wied. Ann.*, t. XXXI) ont eu à faire des corrections analogues; ils ont d'ailleurs employé des méthodes différentes de la mienne.

droite atteint presque 5μ . C'est le $\frac{1}{7}$ de l'épaisseur des plus minces lames que j'ai étudiées.

Cette courbe montre aussi que l'influence d'une petite erreur dans les pointés des franges n'est pas la même à

Fig. 12.



toutes les épaisseurs. Au voisinage de 33μ , 66μ , 100μ , ... la courbe monte presque verticalement ; $\frac{x}{\delta}$ peut varier beaucoup sans que ε varie sensiblement : une erreur de pointé a peu d'importance. Au contraire, au voisinage de 50μ , 83μ , ..., ε varie très vite quand $\frac{x}{\delta}$ varie un peu : une erreur de pointé est très sensible.

62. Je n'ai fait de pointé dans une couleur autre que le jaune que lorsqu'il se produisait une *coïncidence*. Soit λ

la longueur d'onde à l'endroit d'une coïncidence; appelons d' la valeur brute fournie par la formule ordinaire, quand on ne fait pas la correction du troisième faisceau interférent; on a

$$2d' \cos \alpha = q \lambda.$$

Dans cette formule, q est connu sans ambiguïté (n° 12); λ est donné par la courbe de graduation du spectroscopie; on déduit donc d' immédiatement. On fait alors la correction du troisième faisceau interférent comme il est indiqué dans la Note déjà citée (p. 104). On a la *vraie* valeur de d , puis celle de ϵ . On la compare à celle que fournissent les pointés au voisinage de la raie D. La concordance s'est toujours montrée satisfaisante.

Dans les cas où il n'y avait aucune *coïncidence* dans le spectre, je me suis toujours borné aux mesures faites au voisinage de la raie D. J'aurais pu en faire ailleurs; je n'y avais aucun avantage. Le voisinage de la raie D est, en effet, la partie la plus lumineuse du spectre; c'est là que les franges étaient le plus faciles à pointer. Les pointés dans les autres parties eussent été certainement moins précis. Pour améliorer les franges dans ces régions, il aurait fallu modifier la largeur de la fente et surtout augmenter la lumière. Or, je ne pouvais pas augmenter l'éclairement sans craindre d'altérer légèrement l'iodure. En employant, dans quelques circonstances, la lumière solaire, je me suis aperçu que la ligne lumineuse, image de la fente F sur l'iodure, s'y était photographiée.

L'insuffisance de lumière avait d'ailleurs moins d'inconvénient pour la détermination des coïncidences, laquelle peut se faire avec plus de précision que des mesures d'intervalle de franges. On aperçoit, en effet, immédiatement la position d'une coïncidence et on la pointe sans difficulté, au lieu que les mesures de x et δ exigent trois pointés de franges.

63. *Marche d'une mesure d'épaisseur.* — Sur chaque couche d'argent, les mesures d'épaisseur sont faites immédiatement après celles de résistance.

On commence par appliquer la *méthode de Fizeau* qui fournit une mesure exacte de l'épaisseur si la couche est assez mince, et une mesure approchée si la couche est épaisse. De cette mesure on déduit la valeur exacte de q .

On enlève ensuite l'iodure sur une moitié de chacun des rectangles qui ont servi à la détermination de ρ (n° 26). Pour cela, on se sert d'un morceau de bois dur taillé en pointe mousse que l'on dirige le long d'une règle disposée parallèlement aux grands côtés des rectangles. On s'assure après cela, en regardant à la loupe, que toute la partie de la lame qui doit se trouver dénudée ne conserve pas de trace d'iodure; on fait soigneusement tomber les poussières d'iodure qui ont pu rester sur la ligne de coupure en frappant la plaque contre la table, par la tranche.

On allume alors la lampe oxhydrique et l'on dispose la plaque iodurée au centre de la plate-forme du cercle divisé C (*fig. 11*) où on la fixe contre la plaque de glace qui s'y trouvait déjà, à l'aide de pincés à ressort; entre les deux plaques, à l'une des extrémités, on a placé un petit rectangle de papier, afin que la couche d'air comprise entre les lames soit assez épaisse pour donner des franges serrées. On élève ou l'on abaisse le cercle divisé C, par le jeu de son support à coulisse, de manière que l'image de la fente F soit partagée en deux parties à peu près égales par la ligne horizontale où se termine la couche d'iodure et où commence la partie dénudée de la glace qui la porte. On met l'œil à la lunette du spectroscopé et l'on manœuvre l'alidade qui commande la rotation de la plate-forme du cercle divisé jusqu'à ce que, le faisceau réfléchi entrant dans le spectroscopé, l'on aperçoive nettement le spectre cannelé avec ses deux systèmes

de franges. Sans que l'œil quitte la lunette, on agit sur les pinces à ressort de manière que les franges soient bien perpendiculaires à la ligne de coupure qui sépare les deux systèmes de franges superposés.

On pointe la raie D comme il a été dit (n° 59) et l'on amène la division 60 du micromètre objectif à coïncider avec elle.

Cela fait, on examine le spectre et, s'il y a une coïncidence, on note la division du micromètre où elle se produit. La courbe de graduation donnera la longueur d'onde correspondante.

On passe ensuite aux mesures de x et δ au voisinage de la raie D. La simple inspection du spectre indique celui des deux systèmes de franges qui correspond à la lame d'air la plus épaisse ($D + d$). On repère dans ce système la frange la plus voisine de la division 60 du micromètre objectif et, par le jeu du micromètre oculaire, on détermine x et δ ; on fait au moins deux mesures de x et deux de δ ; on prend les moyennes et l'on en déduit $\frac{x}{\delta}$. Puis, sans déranger l'appareil, on pousse le système des deux lames le long de la rainure où est engagée la lame antérieure, de manière à amener la ligne lumineuse qui sert de fente au spectroscopie sur une région de l'iodure voisine de celle qui a servi à la mesure précédente. On détermine les nouvelles valeurs de $\frac{x}{\delta}$. On fait ainsi quatre ou cinq déterminations pareilles de $\frac{x}{\delta}$ en des régions différentes, à peu près équidistantes, prises le long des deux rectangles qui ont servi à la mesure de ρ .

Pour terminer, on vérifie que la raie D est bien restée en coïncidence avec la division 60 du micromètre objectif et l'on s'assure par une mesure de l'incidence (faite comme il est dit au n° 57) que l'angle α est toujours voisin de 11° et que, par suite, $\cos \alpha$ est bien égal à 0,98.

On possède, après ces opérations, tous les éléments nécessaires au calcul de l'épaisseur moyenne de la couche d'argent dans la région étudiée. On fait ce calcul comme il a été expliqué dans les numéros précédents.

64. Les réglages généraux de l'appareil ayant été faits une fois pour toutes, on voit que l'ensemble des mesures pour chaque couche s'effectue assez rapidement.

Telle que je viens de la décrire, cette méthode a l'avantage de permettre facilement *l'exploration* de la couche; on mesure l'épaisseur exactement où on le veut et, à chaque instant, l'endroit précis soumis à la mesure est seul éclairé.

65. Voici, à titre d'exemples, les résultats des mesures faites sur quelques-unes des couches que j'ai étudiées.

1° COUCHE s_{39} .

Méthode de Fizeau :

$$\varepsilon = 38^{\mu\mu}.$$

L'autre méthode :

$q = 0$, dans tout le spectre (aucune coïncidence)

Moyenne de 5 mesures de $\frac{p}{p+1} \frac{x}{\delta}$ 0,568

d'où

$$\varepsilon = 37^{\mu\mu}, 6.$$

(Si l'on n'avait pas fait la correction du troisième faisceau interférent, on aurait trouvé $\varepsilon = 42^{\mu\mu}$.)

2° COUCHE a_{25} .

Méthode de Fizeau :

$$\varepsilon = 60^{\mu\mu}.$$

L'autre méthode :

1 coïncidence dans le vert; $q = 1$ pour cette coïncidence.

Moyenne de 4 mesures de λ pour cette coïncidence $518^{\mu\mu}$

d'où

$$\varepsilon = 61^{\mu\mu}, 7.$$

Pointé des franges au voisinage de la raie D.

Moyenne de $\frac{p}{p+1} \frac{x}{\delta}$ (4 mesures) 0,767

d'où

$$\varepsilon = 61^{\mu\mu}.$$

(Sans la correction, on aurait trouvé $56^{\mu\mu}$, 5.)

3° COUCHE p_{25} .

Méthode de Fizeau :

$$\varepsilon \text{ voisin de } 127^{\mu\mu}.$$

(On a dépassé la limite où la méthode donne des résultats précis.)

L'autre méthode :

$q = 1$ pour le jaune. Une coïncidence dans le vert
(n'a pas été pointée).

Moyenne des valeurs de $\frac{p-1}{p+1} \frac{x}{\delta}$ (3 mesures) . . . 0,806

$q + \frac{p-1}{p+1} \frac{x}{\delta}$ 1,806

d'où

$$\varepsilon = 134^{\mu\mu}.$$

(Pour cette épaisseur, la correction du troisième faisceau interférent se trouve nulle.)

66. *Précision des mesures.* — Les erreurs possibles sur la valeur moyenne adoptée pour l'épaisseur d'une couche d'argent mesurée par la méthode précédente tiennent à deux causes : 1° les variations d'épaisseur d'un point à l'autre de la portion étudiée; 2° les erreurs de pointés dues aux irrégularités des franges; ces irrégularités peuvent provenir des imperfections de la surface du verre qui porte la couche, et en même temps de très petits grains d'iodure restés sur la ligne de coupure ou au voisinage.

Aussi, malgré toutes les précautions prises, il ne semble

guère possible de compter, pour la moyenne des mesures dans les cas les plus favorables, sur une approximation bien supérieure à $\frac{1}{50}$ pour les couches très épaisses ou de moyenne épaisseur (160 μ à 60 μ environ), et à $\frac{1}{30}$ pour les plus minces. Chercher à obtenir davantage serait illusoire. Encore, pour arriver à ce résultat, est-il nécessaire de ne négliger aucune des corrections que j'ai indiquées, même celles qui n'ont qu'une faible importance.

CHAPITRE IV.

RÉSULTATS.

67. *Tableaux numériques des résultats.* — J'ai fait deux séries de mesures : l'une pendant l'été 1897, la température ambiante étant voisine de 25°, l'autre pendant l'hiver suivant, à la température moyenne de 15°. Je désignerai, dans ce qui suivra, ces deux séries respectivement par les lettres *p* et *s* des couches correspondantes ; la première comprend neuf couches, la deuxième quinze.

Voici les Tableaux de nombres relatifs à ces deux séries : la première colonne de chaque Tableau contient les numéros d'ordre des couches ; la deuxième, les valeurs de la conductibilité $\frac{1}{\rho}$ d'une aire carrée (¹) ; la troisième, les valeurs de l'épaisseur ε en $\mu\mu$ (millionièmes de millimètre).

(¹) J'entends par là, comme précédemment, la conductibilité d'une aire carrée découpée sur la couche et orientée de telle façon que les lignes de courant soient parallèles à l'un des côtés. Dans tout ce qui va suivre, j'appellerai cette quantité : *conductibilité superficielle*.

TABLEAU I. — *Série p.*

T..... 25°.

Numéros des couches.	$\frac{1}{\rho}$	ε . $\mu\mu$
p_{14}	0,352	42
p_{24}	1,042	52
p_{32}	1,36	60
p_{50}	1,32	61
p_{29}	1,60	70
p_{23}	1,92	75
p_{31}	2,58	94
p_{42}	3,17	106
p_{25}	4,37	134

TABLEAU II. — *Série s.*

T..... 15°.

Numéros des couches.	$\frac{1}{\rho}$	ε . $\mu\mu$
s_{39}	0,141	38
s_3	0,303	40
s_{17}	0,355	41
s_5	0,662	46
s_{31}	1,14	55
s_{40}	1,16	55
s_{42}	1,28	58
s_{41}	1,39	59
s_{21}	1,77	68
s_{20}	2,05	72
s_{29}	2,32	80
s_{18}	2,69	94
s_{28}	3,46	106
s_{26}	5,52	159
s_{25}	5,75	167

68. *Représentation graphique des résultats.* — Représentons graphiquement ces résultats, séparément pour la série p et la série s , en prenant ε et $\frac{1}{\rho}$ comme coordonnées.

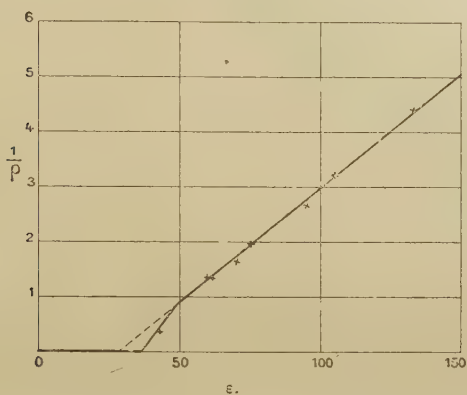
Les deux courbes obtenues ont la même allure (*fig. 13* et *fig. 14*). Examinons particulièrement la courbe relative à la série s pour laquelle les mesures sont plus nombreuses. Elle se confond avec une droite BC à partir de l'épaisseur $\varepsilon = 50^{\mu\mu}$ environ et pour toutes les épaisseurs plus grandes. Cette droite, prolongée, coupe l'axe des abscisses au point $\varepsilon = 26^{\mu\mu}$ environ et passe ensuite au-dessous de l'origine. Pour les épaisseurs moindres que $50^{\mu\mu}$, la courbe s'abaisse nettement au-dessous de la droite précédente. Cette deuxième portion BA de la courbe rejoint l'axe des abscisses au voisinage du point $\varepsilon = 36^{\mu\mu}$. Au-dessous de $36^{\mu\mu}$, les couches ne sont généralement plus

conductrices; toute la portion de l'axe des abscisses qui

Fig. 13.

Série p.

T..... 25°.

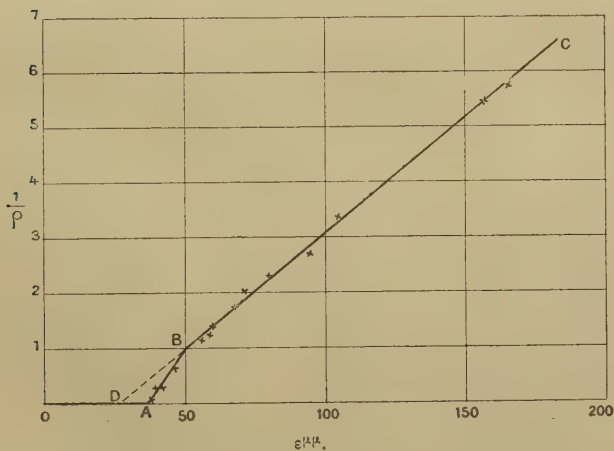


s'étend depuis ce point jusqu'à l'origine appartient donc aussi à la courbe représentative.

Fig. 14.

Série s.

T..... 15°.



Ce tracé est évidemment schématique. Il est vraisem-

blable d'abord qu'en B le point anguleux doit être remplacé par un raccord plus ou moins arrondi. De plus, il n'est pas impossible, en prenant des précautions spéciales, d'obtenir des couches qui, ayant moins de 36^{μ} , soient encore conductrices. Telles sont quelquefois les couches que l'on obtient en immergeant les plaques de glace à argenter, pendant un temps suffisamment court, dans un bain argentifère très concentré; malheureusement, il est difficile de préparer ainsi des couches dont l'épaisseur soit homogène. J'ai cependant pu isoler dans quelques cas, sur certains de ces dépôts, des bandes étroites encore conductrices et dont certaines plages avaient une épaisseur bien moindre que 36^{μ} . Dans ces conditions, la partie OA de l'axe des abscisses devrait être remplacée, dans la courbe représentative, par une ligne qui longerait de près cet axe. L'aspect général de la courbe entière serait, d'après toutes ces remarques, celui de la *fig. 15*.

Mais tout ceci a peu d'importance au point de vue où je me suis placé. Ce qui est certain et ce qui est capital pour l'interprétation de l'ensemble des résultats, interprétation que j'indiquerai plus loin, c'est que *la partie BC est rectiligne, que son prolongement passe au-dessous de l'origine et qu'à partir du point B, dans le sens des épaisseurs décroissantes, la courbe figurative se détache de la droite précédente avec laquelle elle se confondait jusque-là.*

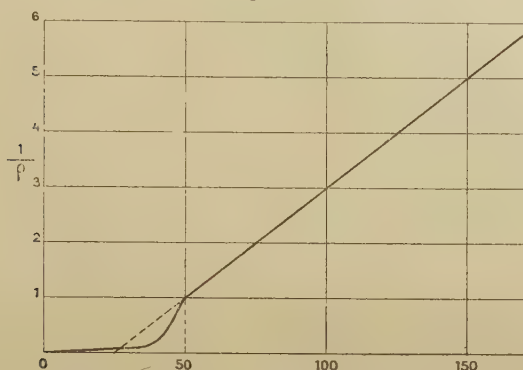
Peu importe, après cela, qu'au-dessous de 36^{μ} la portion restante de la courbe, si elle ne se confond pas avec l'axe des abscisses sur toute la longueur OA, recoupe ou non la droite BD.

Les procédés ordinaires du calcul des probabilités permettent de déterminer l'équation de la partie BC. On trouve :

$$\begin{array}{lcl} \text{Pour la série } p \dots\dots\dots & \frac{1}{p} = & \frac{\varepsilon - 28,51}{24,42} \\ \text{Pour la série } s \dots\dots\dots & \frac{1}{s} = & \frac{\varepsilon - 25,75}{24,21} \end{array}$$

On peut se servir de ces formules pour calculer, en admettant la forme rectiligne de BC, les véritables valeurs de $\frac{1}{\rho}$ correspondant aux valeurs de ε des points fournis

Fig. 15.



par les mesures. Les écarts entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées montreront la précision des résultats. Voici ces valeurs pour les deux séries de couches.

TABLEAU III. — Série p.

ε .	$\frac{1}{\rho}$	
	mesuré.	calculé.
42 ^{$\mu\mu$}	0,352	0,552
52	1,042	0,96
60	1,36	1,29
61	1,32	1,33
70	1,6	1,7
75	1,92	1,90
94	2,58	2,68
106	3,17	3,17
134	4,37	4,32

TABLEAU IV. — Série s.

ε .	$\frac{1}{\rho}$	
	mesuré.	calculé.
38 ^{$\mu\mu$}	0,141	0,51
40	0,303	0,59
41	0,355	0,63
46	0,662	0,84
55	1,14	1,21
55	1,16	1,21
58	1,28	1,33
59	1,39	1,37
68	1,77	1,75
72	2,05	1,91
80	2,32	2,24
94	2,69	2,82
106	3,46	3,31
159	5,52	5,50
167	5,75	5,83

On voit que, pour toutes les couches dont l'épaisseur dépasse 50^{μ} , les écarts sont de l'ordre des erreurs inévitables d'expériences, d'après ce qui a été dit sur la précision des mesures de $\frac{1}{\rho}$ (Chap. II) et de ϵ (Chap. III). La forme rectiligne de la courbe au-dessus de 50^{μ} est bien certaine. On voit de même que, pour les épaisseurs moindres que 50^{μ} , les écarts entre les valeurs mesurées et celles qu'on calculerait si les points correspondants se trouvaient sur le prolongement de la droite BC sont très considérables et de beaucoup supérieurs aux erreurs possibles d'expériences; dans cette région, la courbe représentative s'abaisse donc certainement au-dessous de la droite précédente (').

Il est visible que cette droite est très bien déterminée en direction; si l'on compare, en effet, son équation pour la série s à celle qui est relative à la série p , on voit que le dénominateur du second membre, qui détermine le coefficient angulaire, est à très peu près le même dans les deux cas; la légère différence indique que les ordonnées

(') J'ai préparé beaucoup plus de couches que je n'en indique dans les Tableaux numériques précédents; mais, sur un grand nombre d'entre elles, les mesures n'ont pu être achevées par suite d'accidents survenus au cours des opérations. Parmi celles pour qui les mesures ont été poussées jusqu'au bout, je n'ai conservé que les meilleures. Celles qui ont été rejetées présentaient toutes des tares plus ou moins considérables: soit des taches blanchâtres sur la face contiguë au verre et provenant d'un défaut de lavage des plaques, soit des rayures notables, soit une trop grande hétérogénéité d'épaisseur, etc.

Malgré ces tares, d'ailleurs, presque toutes ces couches ont donné des résultats moyens qui concordent sensiblement avec ceux qu'on déduit des couches conservées. Dans la série s (et au-dessus de 50^{μ}), deux couches seulement ont été rejetées; l'écart constaté entre la valeur mesurée de $\frac{1}{\rho}$ et la valeur calculée d'après l'épaisseur et la droite BC (fig. 14) est, pour l'une $-\frac{1}{8}$ et pour l'autre $+\frac{1}{11}$, en sorte que rien dans les résultats moyens n'aurait été changé si toutes les couches avaient été conservées pour les calculs. Dans la série p , douze couches ont été rejetées, sur lesquelles trois seulement (deux rayées et une

de la droite relative à la série p sont un peu plus faibles que celles de l'autre droite; l'écart a le sens et l'ordre de grandeur qui résultent de la différence (10°) des températures moyennes auxquelles correspondent respectivement les deux séries. L'abscisse à l'origine, comme c'était à prévoir, est moins bien déterminée; elle ne l'est qu'à $2^{\mu\mu}$ ou $3^{\mu\mu}$ près. On peut admettre la valeur $\varepsilon = 26$ et prendre finalement comme équation de la droite BC à 15° :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon - 26}{24,2}.$$

69. *Interprétation des résultats précédents. Existence des couches de passage. Épaisseur de ces couches.*

— Si la conductibilité spécifique de la couche restait la même à toutes les épaisseurs, la courbe représentative obtenue en prenant pour coordonnées $\frac{1}{\rho}$ et ε serait une droite passant par l'origine. On devrait avoir, en effet :

$$\frac{1}{\rho\varepsilon} = C = \text{const.} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{\rho} = C\varepsilon.$$

Dans le cas de nos expériences, les points figuratifs ne se

tachée) ont donné des écarts considérables ($-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{4}$, $+\frac{1}{5}$); trois autres ont donné les écarts : $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$; pour les six autres, les écarts ont été de l'ordre de ceux que présentent les couches conservées.

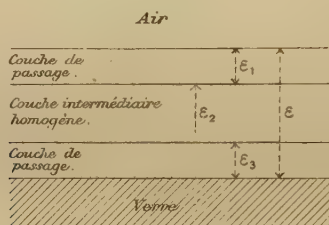
Il s'agit évidemment dans tout cela des couches dont l'épaisseur dépasse $50^{\mu\mu}$, car c'est pour celles-là seules qu'on peut parler de valeurs calculées. Pour les épaisseurs moindres que $50^{\mu\mu}$, les couches rejetées (elles appartenant à la série s) ont donné des points situés, comme pour les couches conservées, bien au-dessous du prolongement BD de la droite BC (*fig. 14*).

Parmi les couches conservées et citées dans ce Mémoire, toutes les couches p étaient absolument exemptes de tares. Il en était de même des couches s à l'exception de trois, s_5 , s_{25} et s_{26} , un peu moins parfaites que les autres. s_5 présentait quelques taches légères; la face de s_{25} contiguë au verre, au lieu d'être bien polie comme il est ordinaire, avait un aspect un peu mat; s_{26} , au contraire, parfaitement polie et sans tare du côté verre, était couverte, du côté air, de très fines rayures parallèles et très rapprochées. J'ai néanmoins conservé ces couches pour les résultats définitifs parce que les tares étaient légères et n'ont vraisemblablement pas eu d'influence.

placent sur une droite que pour les épaisseurs supérieures à 50μ , et cette droite passe *bien au-dessous de l'origine*. Cela indique qu'au-dessus de 50μ toute couche d'argent peut être considérée comme se composant d'une couche homogène de conductibilité spécifique constante, comprise entre deux couches superficielles de conductibilité moindre et d'épaisseur invariable. Ces deux *couches de passage* sont l'une au contact du verre, l'autre au contact de l'air. La somme de leurs épaisseurs est précisément 50μ puisque, pour les épaisseurs moindres que cette valeur, les points figuratifs se placent au-dessous de la droite précédente.

Un calcul simple justifie ces conclusions. Représentons (*fig. 16*) une couche d'argent avec ses deux couches de passage.

Fig. 16.



Désignons par ε et C , ε_1 et C_1 , ε_3 et C_3 l'épaisseur en μ et la conductibilité superficielle respectivement : de la couche tout entière, de la première couche de passage (au contact de l'air) et de la deuxième (au contact du verre). Soient en outre : ε_2 l'épaisseur de la couche intermédiaire homogène et c la conductibilité d'un parallélépipède ayant une base carrée et 1μ d'épaisseur, découpé dans cette couche (les lignes de courant étant parallèles à l'une des arêtes de base). On a évidemment

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3,$$

$$C = C_1 + C_3 + c\varepsilon_2 = C_1 + C_3 + c(\varepsilon - \varepsilon_1 - \varepsilon_3),$$

ou bien

$$C = -A + c\varepsilon,$$

en posant

$$A = c(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) - (C_1 + C_3).$$

C n'est autre chose que la quantité désignée précédemment par $\frac{I}{\rho}$; on peut donc écrire

$$(1) \quad \frac{I}{\rho} = -A + c\varepsilon.$$

Tant que ε_2 n'est pas nul, c'est-à-dire tant qu'existe la couche de conductibilité spécifique constante comprise entre les deux couches superficielles, les quantités c , ε_1 , ε_3 , C_1 , C_3 sont constantes; A l'est donc aussi et l'équation (1) où $\frac{I}{\rho}$ et ε sont prises comme coordonnées représente une droite. Cette droite coupe l'axe des abscisses au point $\varepsilon = \frac{A}{c}$; son prolongement passe donc au-dessous de l'origine si A est positif, c'est-à-dire si l'on a

$$c(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) > C_1 + C_3;$$

c'est-à-dire, enfin, si la conductibilité effective des couches de passage est moindre que si, sans changer d'épaisseur, elles étaient constituées comme la couche intermédiaire homogène.

Quand la couche intermédiaire n'existe plus, c'est-à-dire quand ε devient égal puis inférieur à la valeur jusque-là constante de $\varepsilon_1 + \varepsilon_3$, l'équation (1) n'a plus de sens; la couche est alors hétérogène dans toute son épaisseur et rien ne reste constant quand on passe d'une couche à une autre plus mince. Les points figuratifs doivent donc se séparer de la droite pour toute épaisseur inférieure à la somme des épaisseurs de passage; la discontinuité se produit juste au moment où l'épaisseur totale ε est égale à cette somme $\varepsilon_1 + \varepsilon_3$. Dans nos expériences, cette valeur de ε est $50^{\mu\mu}$.

Voilà donc nos conclusions justifiées et nous pouvons dire :

1° Toute couche d'argent dont l'épaisseur dépasse 50^{μ} est composée d'une couche homogène, de conductibilité spécifique constante, comprise entre deux couches de passage de conductibilité moindre mais fixe dont l'épaisseur est invariable.

2° La somme des épaisseurs de ces deux couches de passage est environ 50^{μ} .

70. Ce qu'on atteint donc c'est, non pas l'épaisseur de chaque couche de passage, mais la somme des deux. Les expériences fournissent en même temps la somme de leurs conductibilités : c'est la valeur de $\frac{1}{\rho}$ pour $\varepsilon = 50^{\mu}$; on a $C_1 + C_3 = 1$ à 15° (fig. 14).

Nos expériences fournissent, en outre, la conductibilité spécifique de la couche homogène comprise entre les deux couches de passage. Revenons, en effet, à l'équation de la droite déduite de l'ensemble des mesures : $\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon - 26}{24,2}$ et comparons-la à l'équation (1) du numéro précédent; on a

$$\frac{1}{c} = 24,2.$$

Ainsi la résistance spécifique à 15° (rapportée à une aire carrée et à 1^{μ} d'épaisseur) de cette couche homogène est $24^{ohms}, 2$. C'est la résistance spécifique qu'aurait une plaque d'argent assez épaisse pour qu'on puisse négliger l'influence des couches superficielles. Or, d'après les nombres donnés par Matthiessen pour l'argent ordinaire recuit, on devrait trouver $16^{ohms}, 6$ environ. Cet écart étonne d'abord, et l'on pourrait craindre que les couches d'argent qui ont fait l'objet des expériences décrites dans ce Mémoire n'aient pas été constituées par de l'argent pur. Mais si l'on réfléchit à la manière dont nous avons préparé nos couches et aux opérations mécaniques qu'avait certainement subies l'argent de Matthiessen, la différence des nombres obtenus n'a plus rien de surpre-

nant. Je montrerai plus loin, d'ailleurs, que j'ai bien opéré sur de l'argent pur.

17. *Véritable interprétation des expériences de Quincke. Comparaison de mes résultats avec ceux de Quincke et avec ceux de Reinold et Rucker.* — Les résultats fournis par l'étude de la conductibilité des couches d'argent permettent de donner une interprétation simple des expériences de Quincke. J'ai décrit ces expériences au n° 8; la hauteur d'eau soulevée le long de la paroi argentée devient constante quand l'épaisseur de la couche atteint et dépasse une valeur voisine de 50^{μ} . C'est à peu près le nombre que j'ai trouvé pour la somme des épaisseurs de passage. Ainsi l'action exercée sur l'eau par une couche d'argent déposée sur verre devient constante dès que les deux couches de passage sont complètement constituées, quelle que soit l'épaisseur de la couche intermédiaire homogène. Celle-ci n'agit donc pas sur l'eau; la couche de passage antérieure, celle qui est en contact avec l'eau, intervient seule dans le phénomène. On pourrait être tenté d'en conclure que son épaisseur est égale au rayon d'activité moléculaire; mais cette interprétation n'est pas nécessaire, comme il est aisé de s'en convaincre. Il pourrait se faire, en effet, que le rayon d'activité moléculaire, supposé le même pour le verre et l'argent, ne fût qu'une fraction, par exemple la moitié, de l'épaisseur de la première couche de passage; la moitié de cette couche agirait alors seule sur l'eau; mais, évidemment, elle ne peut agir d'une façon constante qu'à partir du moment où sa constitution est invariable, ce qui a lieu seulement quand, les deux couches de passage étant entièrement constituées, la couche intermédiaire homogène commence d'apparaître. Ce que nous pouvons affirmer uniquement sur le rayon d'activité, c'est qu'il est *au plus égal* à l'épaisseur de la première couche de passage.

L'interprétation donnée par Quincke de ses propres

expériences doit donc être rejetée; ce physicien conclut, comme nous l'avons vu, que l'épaisseur voisine de 54^{μ} où commence la constance de la hauteur d'eau soulevée représente le rayon d'activité moléculaire; il raisonne implicitement comme si la couche d'argent était, en chaque point, homogène dans toute son épaisseur, hypothèse manifestement contredite par mes expériences.

72. Interprétés comme je l'ai fait, les résultats de Quincke fournissent une confirmation précieuse des miens; l'identité des nombres obtenus pour la somme des épaisseurs de passage d'une même couche d'argent, par deux méthodes si différentes, permet d'attribuer à ces couches superficielles une *existence objective*; nous rencontrerons dans la suite de nouvelles confirmations de cette manière de voir.

Rappelons, enfin, que les expériences de Reinold et Rucker conduisent à fixer entre les deux limites 45^{μ} et 96^{μ} la somme des épaisseurs de passage des bulles de savon. Le nombre 50^{μ} que nous trouvons pour les couches d'argent est compris entre ces limites.

73. *Influence des milieux en contact avec les faces de la couche mince.* — En toute rigueur, la somme des épaisseurs de passage n'est déterminée par nos expériences que dans le cas où les milieux extrêmes qui limitent la lame mince sont le verre et l'air. Cette quantité changerait-elle si les milieux extrêmes changeaient? L'ensemble des résultats connus permet de penser que non.

Il aurait été intéressant d'étudier des couches d'argent déposées sur des supports solides autres que le verre et de refaire des mesures de conductibilité, dans ces nouveaux cas, à toutes les épaisseurs. Malheureusement, il est nécessaire que le support solide choisi puisse être taillé en lames ayant une certaine étendue et une épaisseur suffisante, et limitées par des faces optiquement bonnes. Le quartz est à peu près le seul corps auquel on puisse songer

pour de pareilles études; mais, pour obtenir de bons résultats, il faut faire des expériences nombreuses, employer par suite beaucoup de plaques: j'ai reculé devant le prix qu'elles auraient coûté; j'étais donc réduit à toujours opérer sur des lames de verre argentées. J'avais, il est vrai, la ressource de plonger les couches dans un milieu autre que l'air: un liquide, par exemple. Mais ici une difficulté se présente. Si le liquide en contact avec l'argent en modifie la couche superficielle, cette modification ne sera pas instantanée, mais plus ou moins lente, comme toutes les transformations moléculaires des solides; le temps interviendra donc comme facteur dans le phénomène et compliquera encore les observations. En outre, il est à craindre que l'immersion ne produise dans la couche, toujours très mince, des cassures qui viennent altérer la conductibilité et fausser les résultats. J'ai cependant fait quelques expériences en immergeant des lames argentées dans l'alcool, après avoir mesuré leur résistance dans l'air. Je n'ai jamais observé que l'un des deux cas suivants: ou bien les lames immergées ne présentaient qu'une variation insignifiante de la résistance ⁽¹⁾, même après plusieurs jours d'immersion; ou bien, elles présentaient des *augmentations* plus ou moins notables mais qui restaient *acquises* indéfiniment quand la lame était ensuite retirée et séchée, et qu'on mesurait sa résistance dans l'air.

Si l'on avait constaté d'ailleurs une véritable variation réversible de la résistance, on aurait dû conclure à une modification de la couche de passage mais non pas forcément à un changement de son épaisseur; une étude soignée de la résistance des couches à toutes les épaisseurs aurait seule permis de fixer ce point. Or, une pareille étude est bien difficile car il semble impossible, pour les couches

(1) J'ai observé avec certaines couches une très légère diminution de la résistance.

les plus minces, d'éviter toute altération permanente en immergeant dans un liquide.

En somme, la méthode précédente ne paraît pas pouvoir conduire à de bons résultats; aussi n'ai-je pas cherché à faire de plus amples recherches sur ce point.

74. Mais voici ce qui vaut mieux.

Rapprochons les uns des autres les résultats obtenus pour l'épaisseur des couches de passage par les divers expérimentateurs.

Cinq corps ont été étudiés : l'eau de savon, l'argent, l'iode d'argent, le sulfure d'argent et le collodion. Appelons A la somme des épaisseurs de passage, on a :

Pour l'eau de savon.....	$45\mu < A < 96\mu$
Pour Ag, AgI, Ag ² S.....	$A = 50\mu$ environ
Pour le collodion (pas de mesure exacte mais une limite supérieure).....	$A < 80\mu$

Ainsi, toutes les mesures précises donnent un nombre voisin de 50μ , et les limites fournies par les mesures approchées comprennent ce nombre.

Voilà donc des corps très différents (l'un liquide, les autres solides), étudiés par des méthodes très diverses (méthode de Reinold et Rucker, méthode de Quincke, méthode des conductibilités électriques), dans des circonstances qui ne se ressemblent pas (le liquide, soufflé en bulle dont les deux faces sont baignées par l'air; les solides, préparés en couches minces sur verre) : les résultats qu'ils fournissent conduisent au même nombre pour la somme des épaisseurs de passage. Cette conséquence est importante. Elle permet d'abord d'attribuer une existence objective aux couches de passage que définissent les méthodes dont il a été question; elle fait prévoir, en outre, que la somme des épaisseurs de passage est la même pour toutes les substances.

75. Si cette conclusion est admise, il est naturel de penser que, sur une même lamelle, l'épaisseur de chaque

couche de passage est la moitié de la somme des deux (seule atteinte directement par l'expérience) et vaut, par conséquent, 25^{μ} environ.

Quant au rayon d'activité moléculaire lui-même, on ne peut rien dire de précis sur sa valeur absolue. Comme je l'ai indiqué plus haut, l'épaisseur 25^{μ} de chaque couche de passage en est une limite supérieure; j'ajouterai que probablement sa grandeur est la même pour tous les corps si les couches de passage ont pour tous la même épaisseur; mais il est impossible d'aller plus loin en se fondant sur les seuls résultats que l'on possède jusqu'à présent.

Il est bien entendu d'ailleurs que même les conclusions, formulées dans les deux numéros précédents sur l'identité des épaisseurs de passage pour tous les corps, sont loin d'être rigoureusement prouvées; les expériences sur lesquelles elles sont fondées sont encore trop peu nombreuses pour que l'on puisse énoncer, en général, plus que de simples probabilités. Pour le moment, les résultats individuels seuls sont bien acquis.

CHAPITRE V.

EXAMEN DE QUELQUES OBJECTIONS. — PROPRIÉTÉS DES COUCHES. — VARIATIONS SOUS L'INFLUENCE DU TEMPS. — INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE.

76. *Objections relatives aux mesures d'épaisseur.* — Les mesures d'épaisseur sont-elles correctes? Nous avons admis que l'iodure d'argent se comporte, au point de vue de la réflexion de la lumière, comme les corps transparents ordinaires. Or, l'iodure d'argent est un corps légèrement absorbant; la lumière qu'il réfléchit pourrait éprouver une perte de phase différente de 0 et de π . Si cette hypothèse était vérifiée, toutes nos mesures d'épaisseur seraient entachées d'une erreur systématique *constante*; on pourrait même imaginer que cette erreur soit précisément

égale à 26μ ; dans ce cas, la droite BC de la *fig. 14* passerait par l'origine; la conductibilité spécifique des couches d'argent serait alors indépendante de l'épaisseur: il n'y aurait pas de couches de passage. Pour expliquer, dans ce cas, la partie AB de la courbe (*fig. 14*) qui se sépare de la droite précédente, on pourrait admettre, en outre, une variation du changement de phase lorsque l'épaisseur serait devenue suffisamment faible.

A cette objection, on peut faire une quadruple réponse: 1° nous avons employé deux méthodes pour la mesure des épaisseurs; tant que la première, celle de Fizeau, est applicable, elle donne des résultats qui concordent avec ceux de la seconde. Or, si ces deux méthodes comportent chacune une erreur systématique, elles ne doivent pas comporter la même. Celle de Fizeau utilise, en effet, les réflexions sur les deux faces de la lamelle d'iodure; l'autre n'utilise la réflexion sur la seconde face que dans un terme de correction qui est nul pour certaines épaisseurs. Les deux méthodes ne devraient donc pas concorder. 2° Wiener a mesuré l'épaisseur des couches d'argent en se servant d'une double transformation ⁽¹⁾: une moitié de la couche était transformée en iodure, l'autre en sulfure. Les deux mesures ont parfaitement concordé. Il faudrait alors admettre que l'iodure et le sulfure d'argent produisent exactement les mêmes pertes de phase par réflexion; une pareille identité n'est vraisemblable que si ces pertes de phase sont 0 ou π . 3° Des mesures directes d'épaisseurs d'argent par des pesées et par l'une des méthodes optiques qui utilisent la transformation en iodure ont donné des résultats moyens concordants (M. Meslin). C'est une première preuve directe que les méthodes optiques ne comportent pas d'erreur systématique. 4° Enfin, Wernicke ⁽²⁾

(1) WIENER, *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 637; 1887.

(2) WERNICKE, *Pogg. Ann. Ergbd.*, t. VIII, p. 70; 1877. *Monatsberichte d. Akad. zu Berlin*, p. 673 et suivantes; 1875.

a montré par des mesures directes que, sous l'incidence normale, l'iodure d'argent se comporte bien comme nous l'avons supposé dans nos mesures, c'est-à-dire à la manière des corps transparents ordinaires.

Il n'y a donc aucun doute : on peut affirmer que les méthodes optiques que nous avons employées ne sont affectées d'aucune erreur systématique.

77. De ce qui précède nous pouvons tirer d'autres conséquences. Comparons les méthodes de Fizeau et de Wiener; elles concordent aux petites épaisseurs. Or, la première fait intervenir l'indice de l'iodure, auquel on suppose la même valeur quand il est en couche mince que lorsqu'il est pris en masse; la seconde ne fait intervenir cet indice que dans un terme de correction, lequel est nul à certaines épaisseurs. On doit en conclure que, même aux plus minces épaisseurs, l'indice de l'iodure garde toujours la même valeur ⁽¹⁾.

Les expériences de Reinold et Rucker conduisent à la même conclusion pour les bulles de savon.

Comparons maintenant les trois méthodes : des pesées, de la transformation en iodure et de la transformation en sulfure; si elles concordent, comme nous l'avons dit, nous devons conclure, à moins de faire des hypothèses compliquées, que ces trois densités restent constantes à toutes les épaisseurs et gardent bien les valeurs qu'on mesure pour les corps pris en masse. Toutefois, ceci suppose que les trois méthodes aient été comparées entre elles aux très faibles épaisseurs. Or, pour les deux dernières, la comparaison a été faite par Wiener sur une épaisseur d'argent un peu grande, et, pour les deux premières, les auteurs qui ont fait la comparaison affirment la concordance sans

(¹) Les expériences directes de WERNICKE (*loc. cit.*) et de DRUDE (*Wied. Ann.*, t. L, p. 606; 1893) confirment pleinement cette manière de voir.

donner de nombres. Cependant on peut admettre, d'après tout ce qu'on sait sur les propriétés des lames minces, que la densité reste sensiblement la même à toutes les épaisseurs.

Ces conclusions semblent étranges au premier abord, car il est vraisemblable que la densité et l'indice de réfraction des couches de passage varient avec la profondeur comme toutes les propriétés du corps, avant d'atteindre leurs valeurs définitives. En fait, la discussion précédente prouve simplement que les variations maximales de l'indice et peut-être de la densité ne dépassent probablement pas $\frac{1}{20}$ de leurs valeurs totales. Ces quantités varient donc très peu avec la profondeur ou bien, s'il y a une épaisseur de variation plus rapide, elle n'intéresse qu'une très petite portion de chaque couche de passage.

78. *Variations de la résistance sous l'influence du temps.* — Les couches n'acquièrent un état stable propice aux mesures que plusieurs jours après leur préparation. Soumises, en effet, dès le lendemain de la préparation à des mesures de résistance, plusieurs couches ont donné des résultats incohérents. Au contraire, d'autres couches préparées en même temps que les précédentes mais expérimentées huit jours après seulement, se sont comportées de façon normale.

La résistance d'une couche quelconque préparée depuis un temps quelconque croît presque toujours avec le temps. Lorsque la première mesure de résistance a lieu plus de six jours après la préparation, l'augmentation est lente et régulière; son allure est sensiblement indépendante de l'épaisseur des couches et de leur âge (7, 8, 10, 12 jours). Si l'on construit une courbe en prenant pour abscisses les temps écoulés depuis la première mesure de résistance et pour ordonnées les augmentations relatives de résistance, on constate que cette courbe monte d'abord très vite puis s'abaisse beaucoup et, au bout de deux ou trois jours, se confond sensiblement avec une droite presque parallèle à

l'axe des temps. Quoique la variation totale observée soit très faible (généralement bien inférieure à $\frac{1}{10}$ au bout de deux ou trois jours), les courbes sont toutes très régulières, accusant l'existence d'un phénomène bien régulier. Pour toutes les couches ayant plus de six jours, les courbes se ressemblent; les différences que l'on constate entre elles sont accidentelles et ne tiennent ni à l'épaisseur ni à l'âge de la couche (1).

Puisque le phénomène ne commence qu'au moment de la première mesure de résistance, quel que soit l'âge de la couche à ce moment, il en résulte qu'on doit le rapporter à l'influence même du courant qui traverse la couche au moment de cette première mesure de résistance; le courant ne semble d'ailleurs agir que pour déclencher la variation, car on ne change pas sensiblement l'allure de la courbe en augmentant à un moment donné le nombre des mesures de résistance ou, dans chaque mesure, le temps pendant lequel le courant passe. En outre, puisque la courbe est la même, que la couche soit âgée de 6 jours ou de 12 jours au moment de la première mesure de résistance, il est prouvé que dans cet intervalle de temps l'état de la couche, devenu stable, reste le même tant qu'aucune mesure de résistance n'a encore été faite.

Enfin, les courbes étant pareilles quelles que soient les épaisseurs des couches, on peut conclure que le phénomène intéresse toute l'épaisseur de chaque couche et que, en outre, les couches sont comparables entre elles à toutes les épaisseurs.

L'augmentation de la résistance continue, toujours lente mais régulière, pendant très longtemps, quelle que soit la fréquence des mesures. Il semble toutefois que la variation finisse par s'arrêter si l'on suspend toute mesure pendant longtemps.

(1) Je n'ai étudié à ce point de vue que des couches dont l'âge était compris entre six et douze jours au moment de la première mesure.

En continuant les mesures indéfiniment, la variation de résistance continuerait-elle de même indéfiniment? Il semble que la variation devienne de plus en plus lente et que la couche finisse par arriver à un état constant.

Sans insister sur ces points que je n'ai pas eu besoin de trancher, je ne retiendrai que les conclusions suivantes :

1° L'état d'une couche est bien déterminé et stable quand elle est préparée depuis plus de six jours.

2° Quand une pareille couche est traversée par un courant, celui-ci y provoque une modification moléculaire qui se poursuit lentement et régulièrement quand on fait agir le courant de temps en temps. Le phénomène ne dépend pas de l'épaisseur; si donc les couches tendent vers un état final stable, tous les résultats relatifs à l'épaisseur des couches de passage subsistent en gros pour cet état comme pour l'état primitif : en particulier, la somme des épaisseurs de passage doit rester la même.

J'ajoute, enfin, que la chaleur agit en sens inverse du courant. Des échauffements prolongés pendant plusieurs heures vers 50° et répétés de temps en temps permettent de conserver à une couche, pendant autant de temps qu'on veut, une résistance très voisine de la résistance primitive.

79. *Influence de la température.* — Pour étudier l'influence de la température sur la résistance, on enfermait les couches minces, munies de leurs pinces de serrage, à l'intérieur d'une boîte en laiton placée elle-même au centre d'une boîte plus grande; des ouvertures convenables laissaient passer deux thermomètres ainsi que les fils de communication isolés des parois par des tubes de verre. On chauffait au gaz; les flammes étaient convenablement réglées et l'on pouvait maintenir la température constante pendant plus d'une demi-heure à $\frac{2}{10}$ de degré près.

On chauffait toujours avec précaution pour éviter dans les couches des cassures qu'auraient pu produire les inégalités de dilatation du verre. Je n'ai jamais dépassé 70°

et rarement 60°. La température était maintenue plusieurs heures à la valeur maximum qu'on voulait lui donner; la résistance croissait, passait par un maximum, puis décroissait lentement et se fixait à une valeur constante qu'on notait; on la prenait pour valeur de la résistance à la température marquée par le thermomètre. A ce moment, on éteignait et, après refroidissement, on faisait une nouvelle mesure ⁽¹⁾; on avait alors tous les éléments nécessaires pour calculer le coefficient d'augmentation de la résistance avec la température.

J'ai rapporté ce coefficient à la température initiale de 20°. Si l'on appelle R_t la résistance d'une couche donnée à t° , on a :

$$R_{20+\theta} = R_{20}(1 + \alpha \theta)$$

d'où

$$\alpha = \frac{R_{20+\theta} - R_{20}}{\theta R_{20}}.$$

Sur chaque couche, on a fait au moins trois ou quatre mesures pareilles; leurs résultats se sont montrés concordants et l'on en a pris la moyenne.

80. Il ne fallait pas s'attendre à obtenir, pour α , une valeur voisine du coefficient de dilatation des gaz qu'on trouve, en général, pour les métaux purs; il faut remarquer, en effet, que les couches, étant portées par une plaque de verre, ne pouvaient pas se dilater librement comme l'aurait pu faire une plaque d'argent épaisse indépendante de tout support; le coefficient qu'on devait trouver ne pouvait donc pas avoir la signification simple du coefficient de température qu'on mesure d'ordinaire.

Mais voici le point important : *quelle que fût l'épaisseur*, on a obtenu pour α des valeurs généralement très

(¹) Le refroidissement était assez rapide pour que la variation de résistance avec le temps, dont il a été question dans le numéro précédent, fût presque toujours négligeable pendant cet intervalle.

voisines de 0,00140; presque toutes se sont trouvées comprises entre 0,00130 et 0,00150 (trois seulement, sur 23 couches étudiées, ont donné des coefficients un peu moindres : 0,00117; 0,00120; 0,00110, et une autre a donné un coefficient un peu plus fort : peu inférieur à 0,00160). La valeur du coefficient α est donc absolument indépendante de l'épaisseur. Voici d'ailleurs quelques exemples :

Numéros des couches....	α_{11}	α_{30}	α_{27}	α_{25}	α_{35}	α_{23}
Épaisseurs (μ).....	46	50	54	61	80	137
$10^3 \alpha$	1,33	1,44	1,44	1,38	1,39	1,40

Ces valeurs ne s'écartent pas plus les unes des autres que celles qui sont relatives à des couches d'épaisseurs très voisines; par exemple : 2 couches de 54μ ont donné l'une 1,31 et l'autre 1,44; 2 couches de 62μ ont donné l'une 1,49 et l'autre 1,38, etc.

Bref, on peut conclure que *le coefficient de température est le même à toutes les épaisseurs*.

Ce résultat nous montre que les épaisseurs des couches de passage ne sont pas modifiées par la température (au moins entre 15° et 60° , limites de mes expériences). La droite BC de la *fig. 14* pivote seulement, quand la température varie, autour du point où elle coupe l'axe des abscisses; la portion AB de la courbe se détache de la droite précédente toujours pour la même abscisse : 50μ environ.

Le résultat précédent nous montre, en outre, que les couches de passage se comportent, au point de vue de la variation avec la température, comme la couche intermédiaire homogène. Il est légitime de penser, d'après cela, qu'elles sont constituées par le même corps que celle-ci. Examinons maintenant de plus près ce dernier point.

81. *Les couches d'argent étudiées sont-elles comparables entre elles à toutes les épaisseurs?* — Les expé-

riences de conductibilité prouvent que les couches superficielles se maintiennent, à toutes les épaisseurs, avec des propriétés constantes, tant que la couche intermédiaire homogène existe.

Il s'agit de montrer maintenant que ces couches superficielles sont bien constituées par de l'argent pur, que leur existence tient à une propriété spécifique de ce corps et qu'elles ne sont pas dues à une impureté ou à toute autre cause altérant d'une façon constante les surfaces de toutes les couches et tenant, par exemple, au mode même de préparation.

La démonstration est facile :

1° La concordance admise des diverses méthodes qu'on peut employer pour mesurer l'épaisseur nous a conduits à penser que la densité de ces couches est la même, au degré de précision des expériences, que celle de l'argent pris en masse.

2° En se plaçant dans l'hypothèse d'une impureté superficielle, on pourrait admettre que, dans tout bain d'argent donnant une couche dont l'épaisseur est supérieure à 50μ , les n premiers μ déposés et les n' derniers ($n + n'$ étant égal à 50) correspondent à une substance différente de l'argent normal qui se déposerait dans l'intervalle. Or, j'ai obtenu des couches d'argent de même épaisseur et de mêmes propriétés avec des bains de dilutions très différentes; cette dilution n'a donc pas d'influence. En outre, les diverses lames argentées ne sont pas restées dans le bain le même nombre de minutes ⁽¹⁾. Il paraît alors invraisemblable que les couches superficielles que j'ai prétendu être des couches de passage se soient trouvées avoir toujours la même épaisseur, si leur existence dépend du bain lui-même.

3° Si le bain et les conditions du dépôt n'ont pas d'in-

(1) Ce temps a varié de sept à onze minutes.

fluence, faut-il admettre une altération de l'argent due au verre lui-même? Une pareille hypothèse est tout à fait invraisemblable. Le verre ne semble pas attaqué, quand on enlève la couche d'argent qui le recouvre. Si, d'autre part, on transforme l'argent en iodure, celui-ci a toujours le même indice si faible que soit son épaisseur.

4° Enfin, toutes les couches, minces et épaisses, se comportent sensiblement les unes comme les autres au point de vue de la variation avec le temps et de la variation avec la température. L'influence de la température surtout fournit un argument important : on sait, en effet, combien profondément les moindres impuretés modifient les variations de résistance que la chaleur fait éprouver à un métal.

En somme, rien ne permet de supposer que les couches soient composées d'autre chose que d'argent pur, toujours comparable à lui-même.

82. *Les couches sont-elles bien continues?* — Une dernière question se pose maintenant. Les couches sont-elles continues, ou bien plus ou moins trouées? On pourrait admettre, par exemple, que l'argent se dépose par grains; les couches les plus minces seraient alors trouées, et les trous se boucheraient progressivement à mesure que l'épaisseur augmenterait. On rendrait compte ainsi de l'existence des prétendues couches de passage.

Il est aussi facile de répondre à cette question qu'à la précédente.

1° J'ai dit déjà que ces couches se sont montrées absolument insensibles à l'influence des chocs et des étincelles (1) qui d'ordinaire font varier d'une façon consi-

(1) J'ai préparé un certain nombre de couches spécialement pour étudier l'influence des étincelles et des ondes électriques (les ondes étaient produites par un excitateur Righi). Je n'ai constaté aucun effet appréciable.

Les plaques de glace qui ont servi à la préparation de ces couches avaient été simplement lavées à l'eau distillée et n'avaient pas été sou-

dérable la résistance des poudres métalliques ou des conducteurs discontinus.

2° L'examen au microscope montre que toutes les couches, même les plus minces, sont absolument continues. S'il y a des trous, leurs dimensions et leurs distances sont inférieures à ce que peuvent séparer les meilleurs microscopes (1).

Il n'y a donc aucune preuve directe de l'existence de trous dans les couches.

3° Si les couches de passage dont j'ai parlé s'expliquent par l'existence de trous ou de fissures quelconques aux faibles épaisseurs, il est étrange que ces trous et ces fissures donnent lieu à des phénomènes si réguliers. Par exemple, parmi les couches citées au Chapitre IV, il y en a trois s_3 , s_{17} , p_{14} dont les épaisseurs, inférieures à 50μ , sont très voisines l'une de l'autre; les valeurs correspondantes de $\frac{I}{\rho}$ concordent bien, au degré de précision des expériences.

4° Enfin, si cette hypothèse des trous était admise pour rendre compte des propriétés conductrices des couches d'argent, il faudrait l'admettre encore dans le cas des expériences de Quincke, et non seulement pour ses dépôts d'argent, mais encore pour ses lamelles d'iodure et de sulfure. Prenons ses lamelles d'iodure : il trouve que l'épaisseur de discontinuité est pour ces lamelles, comme pour celles d'argent, voisine de 50μ . Or, il préparait les pellicules d'iodure en iodurant des pellicules d'argent; comme toute couche d'iodure est à peu près quatre fois plus épaisse que celle d'argent qui lui a donné naissance,

mises aux lavages minutieux décrits au Chapitre I. Ces lavages étaient en effet sans utilité ici car il n'était pas indispensable d'obtenir des dépôts d'une homogénéité parfaite.

(1) Si l'on admet que les couches sont grenues, voir, au sujet des dimensions des grains, ce que je dis dans une Note publiée aux *Comptes rendus* (séance du 14 mars 1898).

Quinke aurait dû trouver $200^{\mu\mu}$ comme épaisseur de discontinuité pour l'iodure, c'est-à-dire une épaisseur quatre fois plus grande que celle qu'il a trouvée effectivement. Cet argument me semble condamner absolument l'hypothèse des trous, comme aussi celle d'une impureté superficielle, examinée dans le paragraphe précédent, et, en général, toute hypothèse autre que celle de couches de passage véritables.

CONCLUSIONS.

83. En résumé :

J'ai préparé, sur des plaques de verre, des couches minces d'argent dont les épaisseurs ont varié entre $0^{\mu\mu}$ et $170^{\mu\mu}$. J'ai étudié leur conductibilité électrique aux différentes épaisseurs dans le but de définir des couches de passage. J'ai indiqué pour cela une méthode permettant d'obtenir toute la précision compatible avec les légères inégalités d'épaisseurs (de l'ordre de $2^{\mu\mu}$ à $3^{\mu\mu}$) qui sont inévitables sur une même couche.

J'ai mis en évidence l'existence de couches de passage, l'une au contact de l'air, l'autre au contact du verre, comprenant entre elles, à partir d'une certaine épaisseur, une couche intermédiaire homogène.

Cette couche intermédiaire homogène n'existe que dans les couches dont l'épaisseur totale dépasse $50^{\mu\mu}$, et, tant qu'elle existe, les couches de passage ont une épaisseur et des propriétés constantes.

Les deux couches de passage sont définies par la somme de leurs épaisseurs, que j'ai trouvée voisine de $50^{\mu\mu}$, et par la somme de leurs conductibilités superficielles, que j'ai mesurée aussi et qui est sensiblement égale à 1 (à 15°). J'ai de même déterminé la conductibilité spécifique constante de la couche intermédiaire homogène; une couche constituée comme elle, homogène dans toute sa profondeur et dont l'épaisseur serait $50^{\mu\mu}$, aurait une conducti-

bilité superficielle environ 2,06 fois plus grande que celle des couches de passage.

Ces résultats m'ont permis de fixer l'interprétation véritable des expériences de Quincke, interprétation que ces expériences, réduites à elles seules, ne permettaient pas d'affirmer, ce qui avait conduit Quincke à une hypothèse erronée. J'ai conclu ainsi : ce que Quincke a mesuré par ses expériences de capillarité, c'est non pas, comme il le croyait, un rayon d'activité moléculaire, mais la somme des épaisseurs de passage. Puisqu'il a trouvé le nombre même que définissent les expériences de conductibilité, la signification des couches de passage ainsi déterminées est plus générale que mes expériences seules n'auraient légitimement permis de l'admettre; on peut les considérer comme indépendantes des moyens mis en œuvre pour les étudier et leur attribuer une existence objective, comme on attribue une existence objective à la masse mécanique d'un corps, malgré les pertes apparentes qu'elle subit quand on plonge le corps dans différents milieux.

Interprétant de la même façon les expériences faites par Quincke sur d'autres substances, expériences qui fournissent des nombres voisins de 50^{μ} , et remarquant que ce nombre est compris entre les limites que les expériences très soignées de Reinold et Rucker fixent dans le cas des bulles de savon, j'émetts l'hypothèse très vraisemblable que la somme des épaisseurs de passage est la même pour tous les corps et que les deux couches de passage d'une même lame mince ont elles-mêmes des épaisseurs égales (25^{μ} par conséquent) quels que soient les milieux avec lesquels ces couches sont en contact.

Quant au rayon d'activité moléculaire, j'ai montré qu'on ne peut pas en fixer pour le moment la valeur exacte; tout ce qu'on peut dire, c'est qu'il est, au plus, égal à 25^{μ} ; peut-être est-il beaucoup moindre.

En dernier lieu, j'ai fait remarquer qu'au degré de précision des expériences, l'indice de réfraction et probablement la densité des couches superficielles ont respectivement les mêmes valeurs moyennes que pour les corps pris en masse.

En rapprochant ce résultat de ce qu'a donné l'étude de l'influence de la température, on voit que les couches de passage qui terminent un corps apparaissent comme ayant une constitution très peu différente de celle de l'intérieur, et qu'il y a seulement un petit nombre de propriétés dont la variation puisse être estimée avec une sensibilité suffisante pour qu'on puisse mettre ces couches en évidence.

Cela est surtout vrai pour les liquides. Reinold et Rucker n'ont pu mettre en évidence aucune variation de la conductibilité électrolytique des bulles de savon quand on passe des lames les plus minces aux lames les plus épaisses. C'est la diminution de tension superficielle qui, dans leurs expériences, accuse l'existence des couches de passage, et cette diminution est extrêmement faible, comme le prouve l'expérience faite pour bien montrer l'existence de la discontinuité au bord du noir ⁽¹⁾.

Pour rendre plus claire et plus simple l'exposition du sujet traité dans ce Mémoire, j'ai rejeté dans le dernier Chapitre l'examen de quelques objections, faciles à lever d'ailleurs, qu'on aurait pu faire à propos de quelques-unes de mes expériences et des conséquences que j'en ai tirées. J'ai étudié, dans le même Chapitre, l'influence du temps et de la température, principalement en tant que cette étude pouvait éclairer et affermir les résultats que je viens de résumer ⁽²⁾.

(1) J'ai rapporté cette expérience au n° 6.

(2) Je cite ici, par acquit de conscience, un Mémoire de M^{lle} Isabelle Stone, *Sur la conductibilité électrique des couches minces d'argent*, paru dans la *Physic. Review* (numéro de janvier 1898, p. 1-16). Malgré l'analogie du titre, ce Mémoire n'a aucun rapport avec le mien.

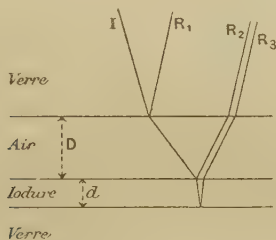
Les couches qu'étudie l'auteur, et sur la préparation desquelles aucun

NOTE.

FRANGES QUE DONNE, PAR RÉFLEXION, UNE LAME MINCE D'AIR COMPRISE ENTRE UNE PLAQUE DE VERRE ET UNE LAME MINCE D'IODURE D'ARGENT PORTÉE ELLE-MÊME PAR UNE DEUXIÈME PLAQUE DE VERRE.

Un rayon incident I (*fig. A*), tombant sur la lame mince d'air,

Fig. A.



donne lieu à trois rayons réfléchis :

- 1° R_1 à la surface verre-air ;
- 2° R_2 à la surface air-iodure ;
- 3° R_3 à la surface iodure-verre.

Le système de franges obtenu par analyse spectrale du faisceau réfléchi total s'obtient en combinant ces trois rayons réfléchis ; on peut faire abstraction des autres rayons provenant de réflexions multiples ⁽¹⁾.

détail n'est indiqué, ont des résistances spécifiques très supérieures (souvent plusieurs milliers de fois) à la résistance spécifique de l'argent normal. En outre ces résistances diminuent très vite et énormément avec le temps sous les moindres influences (le choc d'une porte qui se ferme, la chaleur, les étincelles, ...) et tendent, pour les diverses couches, vers des limites assez mal définies qui ne dépendent pas uniquement des épaisseurs correspondantes.

Il est impossible de tirer, même approximativement, des nombres fournis dans le Mémoire de M^{lle} Stone, une relation nette entre l'épaisseur et la résistance, qu'il s'agisse de la résistance initiale de chaque couche ou de sa résistance finale.

⁽¹⁾ Si l'on en tenait compte, les résultats seraient altérés d'une façon insignifiante, au degré de précision sur lequel on peut compter pour le pointé des franges.

Cas de l'incidence normale. — Traitons d'abord le cas de l'incidence normale; nous supposons la pellicule d'iodure assez mince pour qu'on puisse négliger l'absorption.

Combinons nos trois rayons réfléchis pour une couleur de longueur d'onde λ et de période T . Appelons

N l'indice du verre et n celui de l'iodure (par rapport à l'air, pour cette longueur d'onde);

D l'épaisseur de la couche d'air, d celle de la couche d'iodure.

Si nous représentons par $\sin 2\pi \frac{t}{T}$ la vitesse vibratoire sur le rayon incident I à son entrée dans la couche d'air, les vitesses vibratoires des trois rayons réfléchis, à leur sortie, au même point et à la même époque t , seront :

$$\begin{aligned} \text{Pour } R_1 \dots & a \sin 2\pi \frac{t}{T} \\ \text{» } R_2 \dots & -b \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2D}{\lambda} \right) \\ \text{» } R_3 \dots & c \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{2(D+nd)}{\lambda} \right] \end{aligned}$$

en posant

$$a = \frac{N-1}{N+1}; \quad b = \frac{4N}{(N+1)^2} \frac{n-1}{n+1}; \quad c = \frac{4n}{(n+1)^2} \frac{4N}{(N+1)^2} \frac{n-N}{n+N}.$$

L'intensité A^2 du rayon réfléchi résultant sera représentée par l'expression

$$\begin{aligned} A^2 = & \left[a - b \cos \frac{4\pi D}{\lambda} + c \cos \frac{4\pi (D+nd)}{\lambda} \right]^2 \\ & + \left[b \sin \frac{4\pi D}{\lambda} - c \sin \frac{4\pi (D+nd)}{\lambda} \right]^2 \end{aligned}$$

ou, en développant, par

$$A^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2a[c \cos(z+y) - b \cos z] - 2bc \cos y,$$

si l'on pose

$$z = \frac{4\pi D}{\lambda}; \quad y = \frac{4\pi nd}{\lambda}.$$

Donnons à d une valeur constante; y sera constant; et cherchons la condition pour que A^2 soit minimum, c'est-à-dire pour qu'on ait une frange noire dans le spectre à l'endroit où la longueur d'onde est λ . D étant la seule variable, ce minimum sera

fourni par l'équation $\frac{\partial A^2}{\partial D} = 0$ avec la condition $\frac{\partial^2 A^2}{\partial^2 D} > 0$. Cette équation et cette condition deviennent après réduction

$$(1) \quad \text{tang } z = \frac{\sin \gamma}{\frac{b}{c} - \cos \gamma}$$

et

$$(2) \quad \frac{\sin \gamma \cos 2z}{\sin z} > 0.$$

Appelons z_1 l'arc compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$ satisfaisant à (1); il est facile de voir que tous les arcs z satisfaisant à (1) et (2) sont donnés par la formule

$$(3) \quad z = 2k\pi + z_1. \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

On en déduit

$$2D = k\lambda + \frac{\lambda}{2\pi} z_1.$$

z_1 est une fonction de d et de λ que la formule (1) permet de calculer.

Si donc l'on désigne par $p, p+1, \dots$ les numéros d'ordre des franges noires; par $\lambda'_p, \lambda'_{p+1}, \dots$ leurs longueurs d'onde; par $z_1^{(\lambda'_p)}, z_1^{(\lambda'_{p+1})}, \dots$ les valeurs de z_1 correspondantes, on aura

$$2D = p\lambda'_p + \frac{\lambda'_p}{2\pi} z_1^{(\lambda'_p)} = (p+1)\lambda'_{p+1} + \frac{\lambda'_{p+1}}{2\pi} z_1^{(\lambda'_{p+1})} = \dots$$

Application à la mesure de l'épaisseur de l'iodure par la méthode de Wiener. — Reprenons les notations du n° 50. On a pour l'incidence normale :

$$2(D+d) = p\lambda_p,$$

$$2D = (p-q)\lambda'_{p-q} + \frac{\lambda'_{p-q}}{2\pi} z_1,$$

d'où

$$2d = p\lambda_p - (p-q)\lambda'_{p-q} - \frac{\lambda'_{p-q}}{2\pi} z_1^{(\lambda'_{p-q})}.$$

Dans cette formule, nous pouvons, pour le terme en z_1 , confondre λ'_{p-q} et λ_p . De plus, en transformant cette formule comme

il a été fait au n° 50, nous aurons

$$2d + \frac{\lambda_p}{2\pi} z_1 = \lambda_p \left(q + \frac{p-q}{p+1} \frac{x}{\delta} \right).$$

Le second membre de cette équation est précisément ce que nous avons appelé $2d'$, et $\frac{\lambda_p}{2\pi} z_1$ est le double de la correction h :

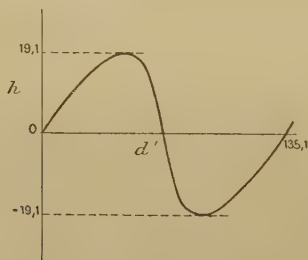
$$h = \frac{\lambda_p}{4\pi} z_1, \quad d = d' - h.$$

Il est facile de voir que h est une fonction périodique de y et, par suite, de d et aussi de d' , quand la longueur d'onde λ_p a une valeur donnée.

J'ai calculé les valeurs des coefficients a, b, c pour la longueur d'onde du sodium ($\lambda_p = 589$); puis j'ai donné à y onze valeurs entre 0 et 2π , j'en ai déduit les valeurs correspondantes de z_1, h, d et d' et j'ai enfin construit une courbe ayant pour abscisses les valeurs de d' et pour ordonnées celles de h ; cette portion de courbe suffit pour qu'on puisse connaître la valeur de h relative à une valeur quelconque de d' , puisque la courbe se reproduit périodiquement, la période en y étant 2π .

Je donne ci-dessous le Tableau des nombres ainsi calculés, et la courbe qu'on en déduit (*fig. B*) :

Fig. B.



N, indice du crown pour la raie D... $N_D = 1,52$

n, indice de l'iode d'argent..... $n_D = 2,18$ (Wernicke)

$$a = 0,206, \quad \frac{b}{c} = 2,518,$$

$$b = 0,355,$$

$$c = 0,141.$$

γ	0.	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	$2\pi - 0,37\pi$	$\frac{7\pi}{4}$	$2\pi - \frac{\pi}{8}$	2π
$\frac{\partial}{\partial y} (\tan z_1)$	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	0	+	+	+
$\tan z_1$	0	0,24	0,39	0,433	0,397	0,219	0,219	0	—0,219	—0,397	—0,39	—0,433	—0,39	—0,24	0
z_1	0	0,075 π	0,118 π	0,13 π	0,12 π	0,069 π	0,069 π	0	—0,069 π	—0,12 π	—0,118 π	—0,13 π	—0,118 π	—0,075 π	0
$d = \frac{\lambda}{4n} \pi$	0	8 $\mu\mu$, 5	16 $\mu\mu$, 9	25 $\mu\mu$	33 $\mu\mu$, 7	50 $\mu\mu$, 6	67 $\mu\mu$, 6	84 $\mu\mu$, 5	101 $\mu\mu$, 3	110 $\mu\mu$, 1	118 $\mu\mu$, 2	126 $\mu\mu$, 6	135 $\mu\mu$, 1		
$h = \frac{\lambda}{4n} z_1$	0	11 $\mu\mu$, 0	17 $\mu\mu$, 4	19 $\mu\mu$, 1	17 $\mu\mu$, 7	10 $\mu\mu$, 2	0	—10 $\mu\mu$, 2	—17 $\mu\mu$, 7	—19 $\mu\mu$, 1	—17 $\mu\mu$, 4	—11 $\mu\mu$, 0	0		
$d' = d + h$	0	19 $\mu\mu$, 5	34 $\mu\mu$, 3	44 $\mu\mu$, 1	51 $\mu\mu$, 4	60 $\mu\mu$, 8	67 $\mu\mu$, 6	74 $\mu\mu$, 3	83 $\mu\mu$, 6	91 $\mu\mu$	100 $\mu\mu$, 8	115 $\mu\mu$, 6	135 $\mu\mu$, 1		

Cas de l'incidence oblique. — La même courbe peut encore servir, dans le cas de l'incidence oblique, si l'angle d'incidence α est très faible, ce qui est le cas de mes expériences ($\alpha = 11^\circ$). Les abscisses représentent alors les valeurs de $d' \cos \alpha$, et les ordonnées, les valeurs h qu'il faut en retrancher pour obtenir les valeurs *vraies* de $d \cos \alpha$. Cela suppose, comme un calcul simple le montrerait, que l'on confonde avec l'unité le cosinus de l'angle de réfraction dans l'iode. Cela est légitime parce que cet angle est notablement inférieur à α et que $\cos \alpha = 0,98$.

En toute rigueur, il faudrait recalculer les coefficients a , b , c , un peu différents, pour l'angle $\alpha = 11^\circ$, de ce qu'ils sont pour l'incidence normale. Mais on se rend facilement compte que les différences sont très faibles : elles n'altéreraient pas les valeurs de h de $\frac{1}{100}$, ce qui est tout à fait négligeable.

Utilisation de la courbe pour une couleur autre que le jaune du sodium. — Négligeons la dispersion de l'iode. On voit, en se reportant aux formules indiquées plus haut, que la valeur de y est proportionnelle à $\frac{d}{\lambda}$. Soit alors d l'épaisseur vraie d'une couche d'iode à mesurer d'après des pointés faits au voisinage d'une longueur d'onde λ . Ces pointés donnent une valeur brute d' ; soit h_λ la correction qu'il faut en retrancher pour avoir d . Appelons d_j l'épaisseur d'une couche d'iode telle que $\frac{d_j}{589} = \frac{d}{\lambda}$. Tout revient à calculer d_j .

Si, pour cette nouvelle couche, on faisait des pointés au voisinage de la raie D, on obtiendrait une valeur brute d'_j , et la courbe donnerait la correction h_j à faire pour obtenir d_j . Puisque l'on a

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{d_j}{589},$$

les deux valeurs de y sont les mêmes dans les deux corrections; les deux valeurs de h , h_λ et h_j sont alors proportionnelles aux longueurs d'onde λ et 589; on a

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h_j}{589}.$$

De cette formule et de la précédente on tire

$$\frac{d'}{\lambda} = \frac{d'_j}{589}.$$

Cela posé, il est facile de calculer l'épaisseur d que l'on cherche.

Les pointés au voisinage de la longueur d'onde λ fournissent en effet directement d' ; on en tire

$$d'_j = 589 \frac{d'}{\lambda}.$$

Connaissant d'_j , la courbe de correction tracée pour le jaune donne h_j et l'on en conclut d_j , car $d_j = d'_j - h_j$. On en déduit enfin la valeur de d :

$$d = d_j \frac{\lambda}{589}.$$

REMARQUE. — Tous les calculs indiqués dans cette Note supposent qu'on néglige l'absorption de l'iodure, ce qui est légitime pour les faibles épaisseurs. Pour les grandes épaisseurs, il n'en est plus de même, mais alors la correction a beaucoup moins d'importance; elle devient une fraction de plus en plus négligeable de l'épaisseur totale.

Il est facile, en outre, de se rendre compte que l'absorption a pour effet d'écraser progressivement la courbe de correction (*fig. B*) sur l'axe des abscisses, les zéros restant toujours les mêmes. Les épaisseurs pour lesquelles la correction est nulle sont donc indépendantes de l'absorption.

Vu et approuvé :

Paris, le 16 août 1899.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 16 août 1899.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

GRÉARD.



SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Étude des gaz de l'atmosphère.

Vu et approuvé :

Paris, le 16 août 1899.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 16 août 1899.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
GRÉARD.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
27596 Quai des Grands-Augustins, 55.
